الوحدة الأولي

الدرس الأول – التناسب

النسبة : هو مقارنة بين كميتين من نفس في النوع والوحدات

يمكن التعبير عن النسبة بين الكميتين b ، a بإحدى الصيغ التالية :

a إلى b أو $\frac{a}{b}$ أو a : b وتقرأ a إلى b

يسمي العددين b ، a بحدي النسبة ويسمي العدد a بالحد الأول ، والعدد b بالحد الثاني

مثال [1] ضع كل من النسب التالية في أبسط صورة :

أ 20 إلى 25 ب 12 : 18 ج $\frac{6}{8}$

أ) 20 : 25 ÷ 5 أبسط صورة = 4 : 5

ب) 12 : 18 ÷ 6 أبسط صورة = 2 : 3

ج) 6 : 8 ÷ 2 أبسط صورة = 3 : 4

تدريب [1] أوجد النسب التالية في أبسط صورة :

أ 27 : 30 ب 15 : 35

....

....

المعدل : هي مقارنة بين كميتين مختلفتين

مثال : سيارة تقطع مسافة 270 كم في 3 ساعات معدل السيارة = $\frac{270 \text{ كم}}{3 \text{ ساعات}}$ = $\frac{90 \text{ كم}}{1 \text{ ساعة}}$

التناسب : هو تساوي نسبتين أو معدلين على الأقل

مثال : $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$ تساوي نسبتين (تناسب)

$\frac{240 \text{ كم}}{4 \text{ ساعات}} = \frac{60 \text{ كم}}{1 \text{ ساعة}}$ تساوي معدلين (تناسب)

إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن a : b = c : d

الوسطان (b ، c) — الطرفان (a ، d)

مثال [2] حدد أيا من أزواج النسب التالية تمثل تناسب :

أ $\frac{3}{8}$ ، $\frac{6}{10}$

الحل : حاصل ضرب الطرفين 48 = 8 × 6

حاصل ضرب الوسطين 30 = 10 × 3

الزوج $\frac{3}{8}$ ، $\frac{6}{10}$ لا يمثل تناسب

ب $\frac{8}{10}$ ، $\frac{12}{15}$

الحل : حاصل ضرب الطرفين 120 = 10 × 12

حاصل ضرب الوسطين 120 = 8 × 15

الزوج $\frac{8}{10}$ ، $\frac{12}{15}$ يمثل تناسب

خاصية الضرب التبادلي

في أي تساوي بين نسبتين نجد أن :

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$　فإن : $a \times d = b \times c$

مثال : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$　فإن : $3 \times 8 = 4 \times 6$

والعكس إذا كان : $a \times d = b \times c$　فإن : a ، b ، c ، d كميات متناسبة

تدريب [2] حدد أيا من أزواج النسب التالية تمثل تناسب :

1) $\frac{5}{7}$ ، $\frac{10}{14}$　2) $\frac{4}{12}$ ، $\frac{3}{9}$　3) $\frac{40}{12}$ ، $\frac{10}{3}$

....

....

....

حل التناسب : هو إيجاد القيمة المجهولة في التناسب

مثال [3] حل التناسبات الآتية :

أ) $\frac{4}{12} = \frac{20}{x}$

الحل :

$x = \frac{12 \times 20}{4}$

$x = 60$

ب) $\frac{4}{7} = \frac{x}{35}$

$x = \frac{35 \times 4}{7}$

$x = 20$

ج) $\frac{3}{x-3} = \frac{12}{8}$

$x - 3 = \frac{3 \times 8}{12}$

$x - 3 = 2$

$x = 5$

د) $\frac{40}{2x} = \frac{5}{7}$

$2x = \frac{7 \times 40}{5}$

$2x = 56$

$x = 28$

تدريب [3] أوجد قيمة x في كل مما يأتي :

أ) $\frac{x}{32} = \frac{9}{36}$　ب) $\frac{8}{x-1} = \frac{16}{10}$　ج) $\frac{3x}{8} = \frac{54}{48}$

....

....

مثال [4] إذا كان 20 % من x يساوي 35 % من y . أوجد $x : y$

الحل : $\frac{20}{100}x = \frac{35}{100}y$　بالضرب × 100

$20 \times x = 35 \times y$ بالقسمة ÷ 5

$4 \times x = 7 \times y$

$x : y = 7 : 4$

تدريب [4] حل التناسبات الآتية :

1) $\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$　　2) $\frac{6}{x} = \frac{12}{14}$　　3) $\frac{15}{x} = \frac{30}{12}$

....

....

4) $a : 16 = 5 : 4$　　5) $7 : 8 = 21 : m$　　6) $\frac{1}{3} = \frac{2}{b + 1}$

....

....

7) $\frac{x - 3}{12} = \frac{5}{4}$　　8) $\frac{16}{3x} = \frac{8}{12}$　　9) $\frac{8}{y} = \frac{y}{2}$

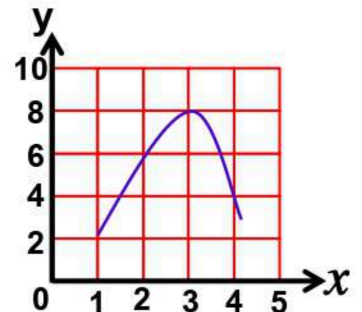
....

....

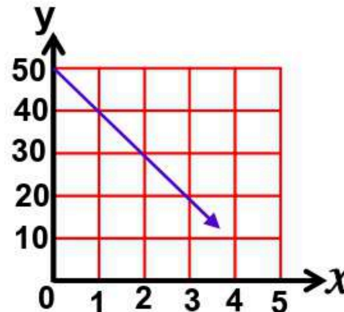
التمثيل البياني للتناسب

لكي تكون العلاقة متناسبة يجب أن يتحقق ما يأتي

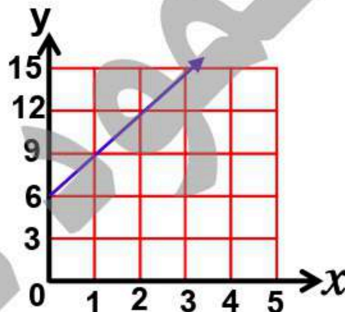
1) تقع جميع النقاط على خط مستقيم واحد　　2) يمر الخط المستقيم بنقطة الأصل



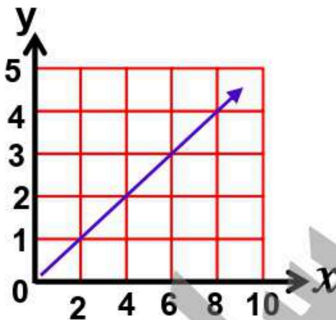
((شكل 1))



((شكل 2))



((شكل 3))



((شكل 4))

((شكل 1)) لا تمثل تناسباً لأن النقاط لا تقع علي خط مستقيم

((شكل 2)) لا تمثل تناسباً لأن الخط المستقيم لا يمر بنقطة الأصل

((شكل 3)) لا تمثل تناسباً لأن الخط المستقيم لا يمر بنقطة الأصل

((شكل 4)) تمثل تناسباً لأن النقاط تقع علي خط مستقيم ويمر بنقطة الأصل

تطبيقات حياتية على التناسب

تدريب [5] أجب عما يلي كما بالمثال :

مثال : تستهلك سيارة 3 لترات من البنزين لقطع 33 كم . م عدد اللترات اللازمة لقطع مسافة 121 كم إذا سارت بنفس المعدل ؟

$\frac{\text{عدد اللترات}}{\text{عدد الكيلو مترات}} = \frac{3}{33} = \frac{x}{121}$　　$x = \frac{211 \times 3}{33} = 11$ لتر

مثال : إذا كان ثمن $\frac{3}{4}$ كيلو لبن 24 جنيهاً فما ثمن $1\frac{3}{4}$ كيلو لبن ؟

$\frac{\text{كمية اللبن}}{\text{ثمن اللبن}} = \frac{\frac{3}{4}}{24} = \frac{1\frac{3}{4}}{y}$　　$y = \frac{1.75 \times 24}{0.75} = 56$　　$\frac{3}{4} = 0.75$

1 يحتاج عامل الحلوى إلى 5 أكواب من السكر لعمل 3 فطائر من الحلوى . ما عدد الأكواب اللزمة لعمل 15 فطيرة من الحلوى ؟

....

2 تقرأ إيمان 10 صفحات في 40 دقيقة ، فما الزمن بالساعات الذي تستغرقه في قراءة كتاب من 120 صفحة بنفس المعدل ؟

....

3 تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم ، ما كمية البنزين التي تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128 كم إذا سارت بنفس المعدل ؟

....

5 اشترى عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيهاً ، كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات ؟

....

6 جرار زراعي يحرث 840 متراً مربعاً في 3 ساعات

أ ما مساحة الأرض التي يحرثها الجرار في 5 ساعات ؟ ....

ب ما عدد الساعات التي يحرثها الجرار لحرث 1,960 متر مربع ؟ ....

تدريب [6] أوجد قيمة المجهول في كل مما يلي :

1 $\frac{y}{4} = \frac{25}{100}$　　　2 $\frac{6}{a} = \frac{3}{7}$

....

تدريب [7] اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 أي من النسب التالية لا تكون متناسبة مع النسبة $\frac{1}{4}$ ؟ ($\frac{5}{25}$ ، $\frac{2}{8}$ ، $\frac{7}{28}$ ، 0.25)

---

2 يستطيع مجدي الجري مسافة 75 متراً في 25 ثانية ، إذا استمر بنفس سرعته ، فأي تناسب مما يأتي يمكنك استخدامه لإيجاد الزمن (X) الذي يحتاجه لقطع مسافة 300 متر ؟

($\frac{75}{25} = \frac{X}{300}$ ، $\frac{75}{25} = \frac{300}{X}$ ، $\frac{20}{X} = \frac{300}{75}$ ، $\frac{75}{X} = \frac{300}{25}$)

---

3 إذا كانت الكميات a ، b ، c ، d متناسبة فإن ....

($\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$ ، a × c = b × d ، a × d = b × c ، a × b = c × d)

---

5 أي من النسب التالية تكون متناسبة مع النسبة $\frac{16}{64}$ ؟ ($\frac{1}{4}$ ، $\frac{4}{8}$ ، $\frac{14}{48}$ ، $\frac{64}{16}$)

---

6 إذا كان : $\frac{35}{21} = \frac{x}{3}$ فإن : $x =$ .... (9 ، 7 ، 5 ، 3)

---

7 يقطع وليد مسافة 320 كم في 2.5 ساعة . كم يحتاج من الوقت ليقطع مسافة 64 كم إذا سار بنفس المعدل ؟ (5 ساعات ، $\frac{1}{2}$ساعة ، $\frac{1}{4}$ساعة ، ساعتان)

---

8 إذا كانت قطعتان من الجبن تحتويان على 230 سعراً حرارياً ، فإن عدد السعرات الحرارية في 5 قطع جبن من نفس النوع ....سعراً حرارياً (500 ، 550 ، 575 ، 615)

---

10 إذا كان كتلة 4 بيضات 160 جرام ، فإن كتلة 5 بيضات يساوي ....

(40 جرام ، 165 جرام ، 250 جرام ، 200 جرام)

تدريب [8] أكمل ما يلي :

1 إذا كان : $\frac{3}{7} = \frac{12}{Z}$ ، فإن .... × .... = 3 × Z

3 إذا كان : 6 × 2 = 4 × 3 ، فإن : $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$

4 إذا كان : $\frac{24}{28} = \frac{3a}{7}$ ، فإن : .... = 5a

6 المعدل هو .... ، بينما التناسب هو ....

7 إذا كان : $\frac{2}{5} = \frac{a}{10}$ ، فإن : .... = a

الواجب المنزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين القوسين :

1 أي من النسب التالية تكون متناسبة مع النسبة $\frac{4}{9}$ ؟ ($\frac{12}{36}$ ، $\frac{24}{54}$ ، $\frac{16}{18}$ ، $\frac{8}{27}$)

2 إذا كان : $\frac{a}{8} = \frac{3}{2}$ فإن : .... = a (18 ، 12 ، 9 ، 6)

3 إذا كان $\frac{12}{15} = \frac{2x}{5}$ فإن : .... = $3x$ (9 ، 18 ، 6 ، 12)

4 إذا كان $\frac{2}{5} = \frac{x}{15}$ فإن قيمة : .... = $x + 4$ (6 ، 8 ، 10 ، 12)

5 إذا كان ثمن 3 علب من التونة 126 جنيهاً، فإن ثمن 5 علب من نفس نوع التونة = ... جنيهاً
(42 ، 84 ، 126 ، 210)

السؤال الثاني : أكمـل مـا يأتي:

1 في أي تناسب يكون حاصل ضرب الطرفين = حاصل ....

2 إذا كان $0.5 = \frac{8}{b}$ ، فإن .... = b + 1

3 إذا كان 20 : 25 = x : 36 ، فإن : .... = x

4 يتقاضي رامي 840 جنيها مقابل عمله لمدة 40 ساعة ، فإن معدل أجره في الساعة الواحدة = ...

5 إذا كان : $0.7 = \frac{14}{y}$ ، فإن .... = y

6 التناسب هو ....

السؤال الثالث : أجــب عما يلي:

1 يزن جسم على الأرض 90 نيوتن ،فإذا علمت أن وزنه علي القمر 15 نيوتن ، فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه علي الأرض 60 نيوتن ؟

....

2 في إحدى المدارس يوجد 221 طالباً و 13 مدرساً ، فكم يكون عدد المدرسين إذا زاد عدد الطلاب وأصبح 272 طالباً لكي تبقى النسبة ثابتة بين عدد الطلاب وعدد المدرسين ؟

....

3 أوجد قيمة الرمز المجهول في كل مما يأتي : أ $\frac{8}{20} = \frac{2}{X}$ ب $\frac{6}{24} = \frac{2}{a + 4}$

....

اختبار على الدرس الأول - الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 يستطيع إبراهيم الجري مسافة 60 متراً في 20 ثانية ، إذا استمر بنفس سرعته ، فأي تناسب مما يلي يمكنك استخدامه لإيجاد الزمن (X) الذي يحتاجه لقطع مسافة 360 متر ؟

($\frac{60}{20} = \frac{X}{360}$ ، $\frac{60}{20} = \frac{360}{X}$ ، $\frac{20}{X} = \frac{360}{60}$ ، $\frac{60}{X} = \frac{360}{20}$)

2 أي من النسب التالية تكون متناسبة مع النسبة $\frac{24}{36}$ ؟

($\frac{8}{18}$ ، $\frac{10}{12}$ ، $\frac{10}{15}$ ، $\frac{16}{28}$)

3 أي من أزواج النسب الآتية غير متناسبة ؟

($\frac{2}{5}$ و $\frac{12}{30}$ ، $\frac{8}{10}$ و $\frac{12}{15}$ ، $\frac{7}{8}$ و $\frac{35}{40}$ ، $\frac{3}{4}$ و $\frac{12}{18}$)

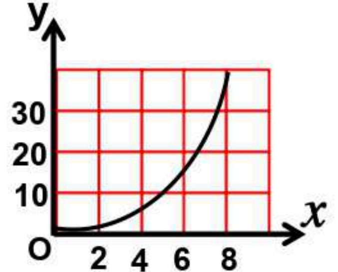
4 إذا كانت : $0.5 = \frac{8}{X}$ فما قيمة X ؟

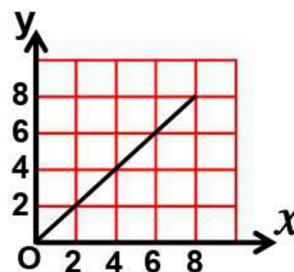
(4 ، 8 ، 16 ، 40)

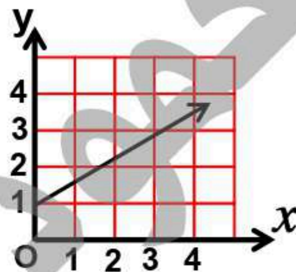
5 إذا كان : $\frac{3}{a-1} = \frac{18}{24}$ ، فإن : a = ...

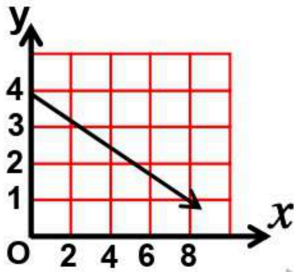
(6 ، 4 ، 5 ، 3)

6 أي العلاقات المبنية في كل مما يلي تمثل تناسباً ؟









السؤال الثاني : أجب عما يأتي .

1 يقرأ مصطفى 15 صفحة في 50 دقيقة ، فما الزمن بالساعات الذي استغرقه في قراءة كتاب من 180 صفحة إذا قرأ بنفس المعدل ؟

....

....

2 حل التناسبات التالية : أ $\frac{15}{X} = \frac{45}{60}$ ب $\frac{18}{X+2} = \frac{9}{12}$

....

....

الوحدة الأولي

الدرس الثاني – تطبيقات على النسبة و التناسب

(أولاً) : مقياس الرسم

مقياس الرسم : مقياس الرسم هو نسبة بين الطول في الرسم إلى الطول الحقيقي

مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

أولا : إيجاد مقياس الرسم

مثال [1] اقرأ ثم أجب :

1 إذا كانت المسافة بين مدينتين 80 كيلو متر والمسافة بينهما على خريطة 4 سم أوجد مقياس الرسم

الحل : الطول الحقيقي : الطول في الرسم

4 : 8,000,000

1 : 2,000,000

مقياس الرسم = 1 : 2,000,000

تذكر : وحدات قياس الطول

1 متر = 100 سم
1 متر = 10 ديسم
1 سم = 10 مم
1 كم = 1,000 متر
1 كم = 100,000 سم

2 صورة لفراشة طولها الحقيقي 2.5 مم وطولها في الصورة 2 سم . أوجد مقياس الرسم

الحل : مقياس الرسم = $\frac{\text{2 سم}}{\text{2.5 مم}} = \frac{20}{2.5} = \frac{8}{1}$ مقياس الرسم = 1 : 8

تدريب [1] اقرأ ثم أجب :

1 إذا كانت المسافة الحقيقية بين مدينة القاهرة ومدينة دمياط تساوي 200 كم ، والمسافة بينهما على الخريطة 5 سم . أوجد مقياس رسم هذه الخريطة ؟

....

....

....

....

2 حشرة طولها الحقيقي 4 مم ، وطولها في الصورة 12 سم . أوجد مقياس الرسم

....

....

....

....

3 استخدمت عدسة مكبرة في تكبير حشرة طولها 0.4 مم فكان طولها بعد التكبير 4.8 سم أوجد نسبة التكبير ؟

....

....

....

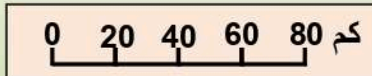
....

ملاحظات

إذا كان مقياس الرسم < 1 فإنه يعبر عن التصغير 1 : 400,000

إذا كان مقياس الرسم > 1 فإنه يدل علي التكبير 300 : 1

يمكن التعبير عن مقياس الرسم في الخرائط كالآتي



وهذا يعني أن كل 1 سم على الخريطة يمثل 20 كم في الحقيقة

ثانيا : إيجـاد الطـول الحقيـقي

مثال [2] خريطة مرسومة بمقياس رسم 4,000,000 : 1 إذا كانت المسافة بين مدينتين عليها هي 15 سم أوجد المسافة الحقيقية بينهما

الحل : الطول حقيقي : الطول في رسم

1	:	4000000
15	:	?

الطول الحقيقي = $\frac{15 \times 4000000}{1}$

= 60,000,000 سم = 600 كم

تدريب [2] اقرأ ثم أجب :

1 إذا كانت المسافة بين مدينتين على الخريطة 3.5 سم أوجد المسافة الحقيقية بين هاتين المدينتين إذا كانت مقياس الرسم 4,000,000 : 1

....

....

....

....

2 خريطة مرسومة بمقياس رسم 50,0000 : 1 وكانت المسافة بين مدينتين على هذه الخريطة هي 3 سم أوجد المسافة الحقيقية بين المدينتين بالكيلو مترات

....

....

....

....

3 خريطة مرسومة بمقياس رسم 500,000 : 1 ، إذا كانت المسافة بين مدينتين عليها 2 سم . احسب المسافة بينهما بالكيلو مترات

....

....

....

....

2 استخدمت عدسة مكبرة في تكبير حشرة بمقياس رسم 1 : 20 ، فكان طولها بعد التكبير 14 سم أوجد طولها الحقيقي بالمليمتر ؟

....

....

....

....

ثالثا : إيجاد الطــول في الرسم

مثال [3] طريق طوله **8** كم مرسوم علي خريطة بمقياس رسم **100,000 : 1** أوجد طول الطريق في الرسم

الحل : مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$

$$\frac{a}{800000} = \frac{1}{100000}$$

الطول في الرسم = $\frac{800000 \times 1}{100000}$ = **8 سم**

تدريب [3] اقرأ ثم أجب :

1 رسم أحمد صورة لشجرة طولها الحقيقي **4** أمتار بمقياس رسم **20 : 1** أوجد طول الشجرة في الصورة

....

....

....

....

2 صنع نموذج لبرج القاهرة بمقياس رسم **200 : 1** ، فإذا كان طول برج القاهرة **187** متراً .
فما طول البرج بالسنتيمتر ؟

....

....

....

....

3 رسم مصطفى صورة لأخيه أحمد ، إذا كان مقياس الرسم **40 : 1** وطول أحمد **160** سم . فما طول أحمد في الصورة ؟

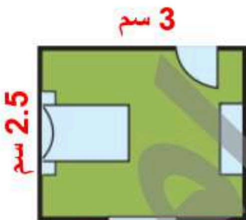
....

....

....

....

مثال [4] الشكل المقابل يمثل نموذج مصغر لغرفة حيث أن كل **1** سم في النموذج يمثل **1.2** متر في الحقيقة فما مساحة الغرفة الحقيقية ؟



الحل : الطول الحقيقي : الطول في الرسم — العرض الحقيقي : العرض في الرسم

120	:	1	120	:	1
a	:	3	b	:	2.5

الطول الحقيقي = 120 × 3 = 360 سم = 3.6 متر

العرض الحقيقي = 120 × 2.5 = 300 سم = 3 متر

مساحة الغرفة = 3 × 3.6 = 10.8 متر مربع

حاول بنفسك : صمم نموذج لملعب كرة قدم بمقياس رسم **400 : 1** ، إذا كان بعدا الملعب في النموذج هي **24** سم ، **16** سم أوجد مساحة الملعب الحقيقية

الواجــب المنــزلـي

السؤال الأول : اختر الإجــابة الصحيحة من بين القوسين :

1 إذا كان الطول في الرسم 2 سم والطول الحقيقي 6 متر . فإن مقياس الرسم هو .... : ....
(1 : 3 ، 1 : 30 ، 1 : 300 ، 1 : 3,000)

2 إذا كان مقياس الرسم 1,000 : 1 ، والطول في الرسم 2.5 سم . فإن الطول الحقيقي هو .... متر
(0.25 ، 25 ، 2.5 ، 250)

3 إذا كان الطول الحقيقي 90 متر ومقياس الرسم 10,000 : 1 فإن الطول في الرسم هو .... سم
(0.09 ، 90 ، 9 ، 0.9)

4 إذا كان مقياس رسم خريطة هو [0 30 60 90 120 كم] وكانت المسافة بين مدينتين على خريطة هي 3 سم فإن المسافة الحقيقية بينهما = ... كيلو متر
(30 ، 12 ، 90 ، 9)

5 أي من مقاييس الرسم التالية يعبر عن تصغير ؟
(70 : 1 ، 1 : 7,000 ، 500 : 1 ، 7,000 : 1)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 مقياس الرسم = $\frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$

2 إذا كان مقياس الرسم > 1 فإنه يعبر عن .... ، وإذا كان مقياس الرسم < 1 فإنه يعبر عن ....

3 إذا كان مقياس الرسم 1 : 200 ، فإنه يعبر عن ....

4 إذا كان الطول في الرسم 5 سم والطول الحقيقي 15 متر ، فإن مقياس الرسم = ...

5 إذا كان طول حشرة في الصورة 4 سم وطولها الحقيقي 2 مم ، فإن مقياس الرسم = ...

السؤال الثالث : أجــب عما يلي:

1 صورة لشجرة مرسومة بمقياس رسم 100 : 1 ، فإذا كان ارتفاع الشجرة الحقيقي 8 أمتار أوجد ارتفاع الشجرة في الصورة ؟

....

....

....

2 إذا كانت المسافة بين مدينتين على الخريطة 14 سم أوجد المسافة الحقيقية بين المدينتين إذا كانت مقياس الرسم 300000 : 1 ؟

....

....

....

اختبار على الدرس الثاني – الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 أي من مقاييس الرسم التالية يعبر عن تكبير ؟

(1 : 20 ، 1 : 50,000 ، 1 : 10 ، 50 : 1)

2 إذا كان طول قناة السويس على خريطة مرسومة بمقياس رسم 1 : 1,100,000 هو 15 سم فإن طولها الحقيقي = ... كيلو متر

(155 ، 165 ، 170 ، 185)

3 إذا كان طول حشرة 0.3 مم وطولها بعد التكبير 4.5 ، فإن نسبة التكبير هي ....

(1 : 15 ، 15 : 1 ، 1 : 150 ، 150 : 1)

4 أي من أزواج النسب الآتية لا تمثل تناسباً ؟

($\frac{1}{8}$ ، $\frac{4}{32}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{9}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{16}{80}$ ، $\frac{9}{12}$ ، $\frac{21}{42}$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 $\frac{12}{20} = \frac{.....}{5}$

2 مقياس الرسم = $\frac{...............}{...............}$

3 إذا كان الطول في الرسم 3 سم والطول الحقيقي 18 متر فإن مقياس الرسم = ...

4 إذا كان طول حشرة في الصورة 4 سم وطولها الحقيقي 2 مم ، فإن مقياس الرسم = ...

السؤال الثالث : أجـب عما يلي:

1 إذا كانت المسافة بين مدينتين 26 كم . أوجد المسافة بينهما بالسنتيمتر على خريطة مرسومة بمقياس الرسم 1 : 650,000

....

....

....

....

2 إذا كانت المسافة بين مدينتين على خريطة 3.2 سم والمسافة الحقيقية بينهما 64 كم .
احسب مقياس الرسم

....

....

....

....

الدرس الثالث – تطبيقات على النسبة و التناسب

(ثانياً) : التقسيم التناسبي

الوحدة الأولي

التقسيم التناسبي : هو تقسيم شيء (مال أو أرض أو وزن أو ....) إلى جزأين أو أكثر بنسبة معلومة ويستخدم التقسيم التناسبي في العديد من التطبيقات الحياتية منها تقسيم الأرباح والميراث وغيرها من التطبيقات الأخرى

مثال [1] أجـــب عما يلي

1 يريد رجل تقسيم مبلغ 1200 جنيه بين شخصين بنسبة 1 : 2 فما نصيب كل منهما ؟

الحـــــل

مجموع الأجزاء 3 = 1 + 2

قيمة الجزء الواحد 400 = 3 ÷ 1200

نصيب الأول = 400 × 2 = 800 جنيه

نصيب الثاني = 400 × 1 = 400 جنيه

المجموع	الثاني	الأول
3	1	2
1200	؟	؟

نصيب الأول = $\frac{2 \times 1200}{3}$ = 800 جنيه

نصيب الثاني = $\frac{1 \times 1200}{3}$ = 400 جنيه

2 قطعة أرض مقسمة بين أخين بنسبة 5 : 3 فإذا كان نصيب الأخ الأكبر يزيد عن نصيب الأخ الأصغر 20 متر مربع فأوجد نصيب كل منهما ومساحة الأرض

الحـــــل

الفرق	الأخ الأكبر	الأخ الأصغر
2	5	3
20	؟	؟

نصيب الاخ الأصغر = $\frac{3 \times 20}{2}$ = 30 متر مربع

نصيب الاخ الأكبر = $\frac{5 \times 20}{2}$ = 50 متر مربع

مساحة الأرض = 50 + 30 = 80 متر مربع

3 متوازي مستطيلات مجموع أطوال أحرفه 1,320 سم ، إذا كانت النسبة بين أبعاده هي 5 : 3 : 2 . أوجد حجم متوازي المستطيلات ؟

الحـــــل

مجموع أبعاد المتوازي = $\frac{1320}{4}$ = 330

المجموع	البعد الثالث	البعد الثاني	البعد الأول
10	5	3	2
330	؟	؟	؟

البعد الأول = $\frac{330 \times 2}{10}$ = 66 سم

البعد الثاني = $\frac{330 \times 3}{10}$ = 99 سم

البعد الثالث = $\frac{330 \times 5}{10}$ = 165 سم

حجم متوازي المستطيلات = 66 × 99 × 165

= 1,078,110 $سم^3$

مثال [2] أجـــب عما يلي

1 توفي رجل وترك ميراثاً قدره 600000 جنيه عن زوجة وولدين وبنت ، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ ويوزع الباقي علي ولديه الاثنين وبنته الوحيدة . احسب نصيب الولد ونصيب البنت علما بأن نصيب الولد إلى نصيب البنت 1 : 2 ؟

الحـــــل

نصيب الزوجة = $\frac{1}{8}$ × 600000 = 75000 جنيه   باقي الميراث : 525000 = 75000 – 600000

البنت : الولد : الولد

2 : 2 : 1

مجموع الأجزاء = 2 + 2 + 1 = 5   قيمة الجزء الواحد = $\frac{525000}{5}$ = 105000 جنيه

نصيب البنت = 105000 × 1 = 105000 جنيه   نصيب الولد = 105000 × 2 = 201000 جنيه

---

2 سبيكة مكونة من ثلاثة معادن هي النحاس والقصدير والزنك بنسبة $\frac{1}{45}$: $\frac{1}{18}$: $\frac{1}{5}$ فإذا كانت كتلة إحدى الميداليات 425 جرام ، فأوجد كتلة كل معدن من المعادن الثلاثة ؟

الحـــــل

المجموع	النحاس	القصدير	الزنك	
	$\frac{1}{45}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{5}$	× 90 (نضرب الثلاث حدود × 90 حتي تصبح أعداد صحيحة)
25	2	5	18	
425	?	?	?	

كتلة النحاس = $\frac{425 \times 2}{25}$ = 34 جم   كتلة القصدير = $\frac{425 \times 5}{25}$ = 85 جم

كتلة الزنك = $\frac{425 \times 18}{25}$ = 306 جم

---

3 اشترك ثلاثة اشخاص في إنشاء مصنع ، فدفع الأول 9,000,000 جنيه ودفع الثاني 6,000,000 جنيه ودفع الثالث 7,500,000 جنيه ، وفي نهاية العام بلغ صافي لربح 2,250,000 جنيه احسب نصيب كل منهم من الأرباح ؟

الحـــــل

المجموع	الثالث	الثاني	الأول	
	7,500,000	6,000,000	9,000,000	(÷ 100000)
	75	60	90	(÷ 15)
15	5	4	6	
2,250,000	?	?	?	

نصيب الأول = $\frac{6 \times 2250000}{15}$ = 900,000 جنيه   نصيب الثاني = $\frac{4 \times 2250000}{15}$ = 600,000 جنيه

نصيب الثالث = $\frac{5 \times 2250000}{15}$ = 750,000 جنيه

تدريب [1] اقرأ ثم أجب :

1 إذا أراد رجل توزيع مبلغ 3,600 جنيه علي شخصين بنسبة 3 : 7 فكم يكون نصيب كل منهما

2 قسم مبلغ 108 جنيه بين ثلاثة أشخاص بنسبة 4 : 3 : 2 أوجد نصيب كل منهم ؟

3 مثلث محيطه 135 سم ، إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاعه هي 3 : 5 : 7
فأوجد طول أكبر أضلاعه ؟

4 متوازي مستطيلات مجموع أطوال أحرفه 1,440 سم ، إذا كانت النسبة بين أبعاده هي 5 : 4 : 3 . أوجد حجم متوازي المستطيلات ؟

5 إذا كانت النسبة بين ما مع أحمد وأدهم هي 7 : 5 والفرق بينهما 700 جنيه
احسب ما مع كل منهما ؟

5 توفي رجل وترك ميراثاً قدره 240000 جنيه عن زوجة وولد وثلاث بنات ، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ ويوزع الباقي علي ولده والبنات الثلاث حيث نصيب الولد ضعف نصيب البنت .
احسب نصيب كل من الزوجة والولد ؟

تدريب [2] اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 مثلث النسبة بين أطوال أضلاعه هي 5 : 4 : 3 ، إذا كان محيطه 36 سم فإن اكبر أضلاعه ....
(9 سم ، 12 سم ، 15 سم ، 24 سم)

2 إذا كان 7 : 3 = a : b ، a + b = 40 فإن .... = b – a (16 ، 28 ، 12 ، 14)

3 إذا كان 5 : 2 = a : b ، a = 14 فإن : .... = b (7 ، 2 ، 10 ، 35)

4 إذا كان 4 : 2 : 3 = a : b : c وكان c – b = 20 فإن : .... = a
(10 ، 20 ، 30 ، 40)

تدريب [3] اقرأ ثم أجب :

1 اشترك ثلاثة أشخاص في مشروع تجاري بنسبة 5 : 4 : 3 فكان نصيب الأول من الأرباح 15,000 جنيه احسب نصيب كل من الثاني والثالث

....

....

....

....

2 توفي رجل وترك ميراثاً قدره 480000 جنيه عن زوجة وولدين وبنتين ، فإذا كان نصيب زوجته $\frac{1}{8}$ المبلغ والنسبة بين الولد إلى البنت 1 : 2 . احسب نصيب كل من الزوجة والولد والبنت ؟

....

....

....

....

3 اشتركت سلوى ونجوى في مشروع تجاري واتفقا أن يكون نصيب سلوى نصف نصيب نجوى من المكسب أو الخسارة فإذا ربح المشروع 6,300 جنيه احسب نصيب كل منهما من هذا الربح

....

....

....

....

3 قسم مبلغ 360 جنيها بين هاني وأحمد بنسبة 5 : 7 . فما نصيب كل منهما ؟

....

....

....

....

الواجب المنزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 قسمت قطعة أرض مساحتها 36 فداناً بين شخصين بنسبة 2 : 7 فإن نصيب الأكبر = ...
(4 أفدنة ، 14 فداناً ، 18 فداناً ، 28 فداناً)

2 قسم مبلغ 120 جنيهاً بين شخصين بنسبة 3 : 2 . فإن نصيب الأصغر .... جنيهاً
(72 ، 24 ، 36 ، 48)

3 اشترك صديقان في مشروع تجاري بنسبة 5 : 2 ، إذا كان نصيب الأصغر من الأرباح 18,000 جنيه .
فإن مجموع الأرباح = ... جنيه
(45,000 ، 63,000 ، 9,000 ، 24,000)

4 اشترك أحمد وهالة في مشروع ، دفع أحمد 8,000 جنيه ودفعت هالة 6,000 فإذا كان ربح أحمد من المشروع 1,200 جنيه فإن ربح هالة = ... جنيه
(300 ، 500 ، 600 ، 900)

5 إذا كانت النسبة بين نصيبي أحمد ومصطفى من الأرباح في مشروع تجاري هي 3 : 2 وكان نصيب أحمد 6,000 جنيه فإن نصيب مصطفي = ... جنيه
(9,000 ، 4,000 ، 13,000 ، 5,000)

السؤال الثاني :أجب عما يلي

1 قسم مبلغ قدره 7,200 جنيه علي ثلاثة أشخاص بنسبة 5 : 4 : 3 أوجد نصيب كل منهم ؟

....

....

....

....

2 قطعة أرض مقسمة بين شخصين بنسبة 7 : 5 ، إذا كان نصيب الثاني يزيد عن نصيب الأول بمقدار 80 متر مربع أوجد نصيب كل منهما ؟

....

....

....

....

اختبار على الدرس الثالث – الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 قسم مبلغ 300 جنيه بين شخصين بنسبة 3 : 1 فما نصيب الأصغر ؟

(75 ، 100 ، 150 ، 200)

2 مثلث النسبة بين أطوال أضلاعه هي 5 : 4 : 2 فإذا كان طول أصغر ضلع هو 20 سم فإن طول أكبر ضلع هو ....

(10 سم ، 20 سم ، 30 سم ، 50 سم)

3 قسم رجل مبلغاً بين ابنيه بنسبه 3 : 4 فإذا كان الفرق بين نصيب الأخ الأكبر والأخ الأصغر 5,000 جنيه فإن نصيب الأخ الأكبر = ... جنيه

(15,000 ، 20,000 ، 5,000 ، 35,000)

4 اشتركت ولاء وفاطمة في مشروع ، دفعت شيماء 25,000 جنيه ودفعت فاطمة 35,000 جنيه فإذا كان مجموع الأرباح 48,000 جنيه فما نصيب فاطمة ؟

(800 ، 20,000 ، 28,000 ، 8,000)

5 عددان النسبة بينهما 5 : 3 فإذا كان الفرق بينهما 16 فإن العدد الأكبر هو ....

(10 ، 40 ، 24 ، 6)

السؤال الثالث : أجـب عما يلي:

1 يتقاضى عمر أجراً ضعف ما يتقاضاه خالد ، إذا كان مجموع أجريهما 36,000 جنيه . فما أجر كل واحد منهما ؟

2 قسم مبلغ 7,200 جنيه بين ثلاثة أشخاص بنسبة 1 : 2 : 3 أوجد نصيب كل منهم ؟

3 اشترك أحمد ومحمد وسيد في مشروع تجاري ، دفع أحمد 20,000 جنيه ودفع محمد 15,000 جنيه ودفع سيد 35,000 جنيه وفي نهاية العام بلغت الخسارة 14,000 احسب نصيب كل منهم من الخسارة ؟

الوحدة الأولي

الدرس الرابع – تطبيقات على النسبة و التناسب

(ثانياً) : تطبيقات النسبة المئوية

تذكر :

النسبة المئوية : هي نسبة حدها الثاني 100 ويستخدم الرمز % للتعبير عنها وتقرأ في المائة

$1 = \frac{100}{100} = 100\%$ تعني المقدار كله او العدد كله

$\frac{1}{2} = 50\%$ $\frac{1}{4} = 25\%$ $\frac{1}{5} = 20\%$ $\frac{3}{4} = 75\%$ $\frac{1}{8} = 12.5\%$

مثال [1] أجـــب عما يلي

1 في أحد المطاعم طلب مروان وجبة غداء وكان ثمن الوجبة 540 ، ويضاف إليه % 14 معدل ضريبة على ثمن الوجبة . فما قيمة الضريبة والمبلغ الذي يدفعه مروان

الثمن بعد الضريبة	:	معدل الضريبة	:	الثمن قبل الضريبة
114 %	:	14 %	:	100 %
?	:	?	:	540

قيمة الضريبة = $\frac{540 \times 14}{100}$ = 75.6 جنيه   الثمن بعد الضريبة = $\frac{540 \times 114}{100}$ = 615.6 جنيه

---

2 حصل أحمد علي معدل خصم % 40 من ثمن دراجة من أحد الأسواق فإذا دفع أحمد 8400 جنيه فما السعر الأصلي للدراجة ؟

السعر بعد الخصم	:	معدل الخصم	:	السعر قبل الخصم
60 %	:	40 %	:	100 %
8400	:		:	?

السعر قبل الخصم = $\frac{100 \times 8400}{60}$ = 14,000 جنيه

تدريب [1] أجـــب عما يلي

2 في أحد المطاعم طلب آدم وجبة غداء وكان ثمن الوجبة 130 جنيهاً ويضاف إليه % 14 معدل ضريبة علي ثمن الوجبة فما قيمة الضريبة والمبلغ الذي يدفعه آدم ؟

....

....

....

1 اشترى حازم حذاء بمبلغ 450 جنيهاً بعد أن حصل علي خصم بمعدل % 10 . أوجد السعر الأصلي للحذاء ؟

....

....

....

مثال [2] أجـــب عما يلي

1 إذا انخفض سعر سلعة من 2,000 جنيه إلى 1,800 جنيه ، فأحسب معدل التخفيض

الثمن بعد التخفيض	:	معدل التخفيض	:	الثمن قبل التخفيض
1800	:	200	:	2000
?	:	?	:	100 %

معدل التخفيض = $\frac{100 \times 200}{2000}$ = 10 %

---

2 حصلت ساندي على معدل خصم 15 % من ثمن حذاء رياضي من أحد المتاجر ، فدفعت مبلغاً قدره 340 جنيهاً . فما السعر الأصلي للحذاء ؟

الثمن بعد التخفيض	:	معدل التخفيض	:	الثمن قبل التخفيض
340	:	?	:	?
85 %	:	15 %	:	100 %

السعر الأصلي للحذاء = $\frac{100 \times 340}{85}$ = 400 جنيه

---

2 اشترى رجل شاشة تلفزيون من أحد الأسواق التجارية ، فإذا كان سعرها 18,500 جنيه وتم عمل خصم عليها معدله 12 % فما سعر بيعها بعد الخصم ؟

السعر بعد الخصم	:	معدل الخصم	:	السعر قبل الخصم
88 %	:	12 %	:	100 %
?	:		:	18,500

سعر الشاشة بعد الخصم = $\frac{18500 \times 88}{100}$ = 16,280 جنيه

---

3 باع تاجر بضاعة بمبلغ 2,500 جنيه ، وبعد إضافة ضريبة المبيعات عليها أصبح سعرها 2,850 جنيهاً احسب معدل الضريبة

الثمن بعد الضريبة	:	معدل الضريبة	:	الثمن قبل الضريبة
2850	:	350	:	2500
?	:	?	:	100 %

معدل الضريبة = $\frac{100 \times 350}{2500}$ = 14 %

تدريب [2] أجـــب عما يلي

1 ترغب مريم في شراء مكنسة كهربائية ثمنها 6800 جنيه ، فإذا كان معدل الخصم 16 %، أوجد ما ستدفعه مريم لشراء المكنسة ؟

....

....

....

....

2 بيع قميص بمبلغ 420 جنيه وكان عليه خصم % 20 فما سعر القميص قبل الخصم ؟

3 اشترى إبراهيم جاكيت ودفع 650 جنيهاً بمعدل خصم %20 فكم كان السعر الأصلي للجاكيت ؟

4 فستان سعره 340 جنيه عليه خصم % 35 فما سعر الفستان بعد الخصم ؟

5 ساعة سعرها 720 جنيها عليها تخفيض % 25 فما سعر الساعة بعد التخفيض ؟

6 إذا كان 498 جنيها هو سعر جاكيت بعد خصم معدله % 17 من سعره الأصلي .
فأوجد سعر الجاكيت قبل الخصم

7 إذا كان سعر كرسي 2,500 جنيه وكان عليه تخفيض بمعدل % 15 فأوجد الكرسي بعد التخفيض

تدريب [2] أجـــب عما يلي

1 يتقاضى عبد الله شهرياً 7,000 جنيه ، وقد تم زيادة رواتب الموظفين بنسبة % 15 من الراتب .
ما هو راتب عبد الله بعد الزيادة ؟ وما مقدار الزيادة ؟

2 يريد أدهم شراء سيارة ثمنها 470,000 جنيه وقد أعلن التاجر عن زيادة في سعرها هذه السنة بنسبة % 5.5 فما مقدار الزيادة ؟ وما سعر السيارة بعد الزيادة ؟

3 باع أشرف شقة بمبلغ 370,000 جنيه ودفع منهم % 2.5 معدل ضريبة عقارية ، فما المبلغ الباقي مع أشرف من بيع الشقة ؟

4 مجموعة ألعاب ثمنها 6,540 جنيهاً ، إذا زاد ثمنها بنسبة % 5 فما مقدار الزيادة ؟
وما ثمنها بعد الزيادة ؟

5 تبلغ تكلفة وجبة 150 جنيهاً ويضاف % 18 من سعر التكلفة ربحاً عن الوجبة .
فما سعر بيع الوجبة ؟

6 اشترى وليد في موسم التخفيضات جاكيت مكتوب عليه 1,200 جنيه ومعدل الخصم % 60
واشترى حذاء مكتوب عليه 800 جنيه ومعدل خصم % 22. أوجد ما يدفعه وليد بعد الخصم ؟

الواجـــــب المنـــزلي

السؤال الأول : أكمل ما يلي :

1 إذا كان سعر سلعة ما 480 جنيهاً وتم زيادة السعر 96 جنيهاً ، فيكون معدل الزيادة ....

2 12 % من 50 جنيها = ... جنيهاً

3 إذا كان $\frac{X}{40} = 10\ \%$ فإن .... = X

4 إذا كان 15 % من عدد ما هو 60 ، فإن العدد هو ....

السؤال الثاني : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 اذا انخفض سعر سلعة من 1,500 جنيه الي 1,200 جنيه . فإن معدل التخفيض ....

(3 % ، 15 % ، 20 % ، 30 %)

2 إذا زاد سعر سيارة من 240,000 جنيه إلى 300,000 جنيه فإن معدل الزيادة هو ....

(25 % ، 60 % ، 5 % ، 30 %)

3 صندوق به 240 كرة ملونة ، منها 35% لونها أصفر . فإن عدد الكرات الصفراء = ... كرة

(4 ، 120 ، 71 ، 84)

4 رصيد محمد 450,000 جنيه ، إذا كانت زكاة المال 2.5 % ، فإن قيمة ما تبقي معه بعد إخراج زكاة المال .... جنيه (475,000 ، 438,750 ، 11,250 ، 461,250)

5 تتسع قاعة إلى 160 شخصاً ، منها 75 % مقاعدها ممتلئة ، فما عدد الأشخاص في القائمة ؟

(40 شخص ، 200 شخص ، 120 شخص ، 100 شخص)

السؤال الثالث : أجـــب عما يلي:

1 اشترت شيماء حذاء مكتوب عليه معدل خصم 30 % ، وعلمت من البائع أن هذا الخصم قيمته 330 جنيه ، فما سعر الحذاء بعد الخصم ؟

....

....

....

....

2 اشترك عمر في خدمة الانترنت المنزلي بمبلغ 350 جنيها شهرياً مضافاً إليه معدل ضريبة 14 % من سعر الخدمة . فما قيمة الضريبة والمبلغ المدفوع من عمر شهرياً ؟

....

....

....

....

اختبار على الدرس الرابع – الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 بيع جهاز حاسوب بسعر 18,000 جنيه وكان عليه تخفيض 10 % فإن سعر الحاسوب قبل التخفيض = ... جنيه (17,000 ، 20,000 ، 19,000 ، 25,000)

2 ارتفع سعر شقة فأصبح 750,000 جنيه بنسبة زيادة 25 % فإن سعر الشقة قبل الزيادة = ... جنيه (600,000 ، 700,000 ، 800,000 ، 900,000)

3 هاتف محمول سعره 6,500 جنيه ، عليه تخفيض 20 % فإن سعره بعد التخفيض = ... جنيه (1,300 ، 7,800 ، 5,700 ، 5,200)

4 يستهلك محمود 15 لتراً من المياه في غسل الأواني ، إذا أراد ترشيد الكمية بنسبة 20 % فكم لتراً يكفيه ؟ (12 لتر ، 14 لتر ، 16 لتر ، 18 لتر)

5 كيس سكر سعره الأصلي 25 جنيهاً ونسبة الزيادة فيه 20 % فإن سعره بعد الزيادة = ... جنيهاً (28 ، 30 ، 32 ، 36)

السؤال الثالث : أجـب عما يلي:

1 إذا كان سعر جهاز تليفزيون 12,600 جنيه عليه تخفيض 16 % . فما سعر الجهاز قبل التخفيض ؟

....

....

....

....

2 إذا كان سعر إطار السيارة 3,200 جنيه ، فكم يكون سعر بيع الإطار بعد إضافة ضريبة معدلها 10 % ؟

....

....

....

....

3 باع أحد محلات الأجهزة الكهربائية ثلاجة بمبلغ 30,210 جنيهاً ، إذا كانت نسبه مكسبه فيها 6% . أوجد ثمن الشراء .

....

....

....

....

الوحدة الأولي

الدرس الخامس - المجموعات والعمليات عليها

المجموعة : هي تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة تحديداً تاماً ، وهذه الأشياء تسمى عناصر المجموعة

مثال [1] أي من التعبيرات التالية يمثل مجموعة مع ذكر عناصرها وأيها لا يمثل مجموعة :

أ الأعداد الطبيعية المحصورة بين 3 ، 13 ب أرقام العدد 2025
ج الطلاب الأذكياء في فصلك د مجموعة الأعداد الزوجية الأقل من 10
هـ الزهور الجميلة في فصلك

الحـــل :

أ تمثل مجموعة وعناصرها : 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 10 ، 11 ، 12
ب تمثل مجموعة وعناصرها : 5 ، 2 ، 0
ج لا تمثل مجموعة لأن صفة الذكاء تختلف من شخص لآخر
د تمثل مجموعة وعناصرها : 0 ، 2 ، 4 ، 6 ، 8
هـ لا تمثل مجموعة لأن صفة الجمال تختلف من شخص لآخر

تدريب [1] حدد أياً مما يأتي مجموعة وأيها ليست مجموعة :

أ القصص الجميلة (..................) ب أرقام العدد 8400 (..................)
ج الدول العربية (..................) د فصول السنة المناخية (..................)
هـ حروف كلمة مصر (..................) و الألوان الجميلة (..................)

طرق التعبير عن المجموعات

[1] طريقة السرد (القائمة)

للتعبير عن المجموعة بطريقة السرد نكتب جميع عناصرها بين قوسين ونضع فاصلة بين كل عنصرين دون تكرار العناصر ولا يشترط الترتيب

مثال : مجموعة أرقام العدد 3,002 A = { 3 , 0 , 2 }

==

[2] طريقة الصفة المميزة :وفيها نذكر الصفة المشتركة التي تصف بيها كل عنصر من عناصر المجموعة وتستخدم الصورة { تكتب الصفة x : x } وتقرأ مجموعة كل x حيث x لها ((الصفة))

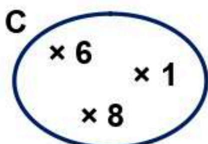
مثال : مجموعة أرقام العدد 4,354 $B = \{x : x \in N \ , x \geqslant 3 \ , x < 6\}$

حيث N مجموعة الأعداد الطبيعية

==

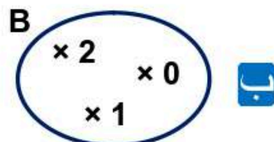
[3] شكل فن : نكتب جميع عناصر المجموعة داخل أي شكل هندسي مغلق ونضع عند كل عنصر نقطة (●) أو علامة (×)

مثال : مجموعة أرقام العدد 168



تدريب [2] عبر عن المجموعات التالية :

أ $A = \{x : x \in N ، x < 5\}$ بطريقة السرد

ب 

بطريقة الصفة المميزة

ج C = { 2 , 4 , 6 , 8 } بطريقة شكل فن

....

....

تدريب [3] عبر عن مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين 2 – ، 4

أ بطريقة السرد ب بطريقة الصفة المميزة ج بطريقة شكل فن

....

....

أنواع المجموعات

[1] **المجموعة المنتهية** : هي مجموعة عدد عناصرها محدود أي يمكن حصر عدد عناصرها

مثال : X = { 2 ، 3 ، 5 } مجموعة منتهية لأن عدد عناصرها 3 عناصر

==

[2] **المجموعة غير المنتهية** : هي مجموعة عدد عناصرها غير محدود أي لا يمكن حصر عدد عناصرها

مجموعة أعداد العد (C) C = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، .... }

مجموعة الأعداد الطبيعية (N) N = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، .... }

مجموعة الأعداد الصحيحة (Z) Z = { ... ، – 3 ، – 2 ، – 1 ، 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، ... }

مجموعة الأعداد النسبية (Q) $Q = \{\frac{a}{b} : a \in Z ، b \in Z , b \neq 0\}$

==

[3] **المجموعة الخالية** : هي مجموعة لا تحتوي علي أي عنصر أي أن عدد عناصرها = 0

ويرمز لها بالرمز { } أو ∅ ((فاي)) **مثال** : مجموعة أعداد الصحيحة المحصورة بين 2 و 3 = ∅

ملاحظة

المجموعة الخالية مجموعة منتهية عدد عناصرها يساوي صفر وتكتب { } ويرمز لها بالرمز ∅

{ 0 } مجموعة غير خالية وعدد عناصرها يساوي 1 وهو الرقم صفر

{ ∅ } مجموعة غير خالية وعدد عناصرها يساوي 1 وهو الحرف ∅

تدريب [4] في كل مما يأتي حدد إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية أم خالية :

أ X = { 0 , 2 , 4 , 6 , 8 ,....... } (.......................)

ب A = مجموعة أرقام العدد 3508 (.......................)

ج مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من صفر (.......................)

الانتماء وعدم الانتماء

يقال لعنصر ما انه ينتمي إلى مجموعة ما إذا كان هذا العنصر موجود ضمن عناصر هذه المجموعة
ونرمز له بالرمز (∈) ويقرأ ينتمي إلى
يقال لعنصر ما انه لا ينتمي إلى مجموعة ما إذا كان هذا العنصر غير موجود ضمن عناصر هذه المجموعة
ونرمز له بالرمز (∉) ويقرأ لا ينتمي إلى

مثال : إذا كانت A = { 3 , 4 , 6 } فإن : 6 ∈ A   9 ∉ A

لاحظ أن : نستخدم الرمزين ∈ ، ∉ عندما تكون العلاقة بين عنصر ومجموعة

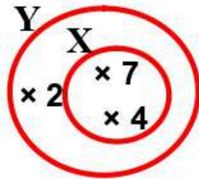
تدريب [5] إذا كانت A = { 2 , 3 , 5 , 6 } ضع الرمز المناسب ∈ أو ∉

1 A 3   2 A 5   3 A 7   4 A 6

5 A 0   6 A 2   7 A 1   8 A 23

الاحتواء (المجموعة الجزئية)

يقال لمجموعة X انها مجموعة جزئية من المجموعة Y إذا كان كل عنصر من عناصر المجموعة X ينتمي إلي المجموعة Y



مثال : إذا كانت Y= { 2 , 4 , 7 } ، X = { 7 , 4 }
فإن المجموعة X جزئية من المجموعة Y
وتكتب رمزياً X⊂Y وتقرأ X مجموعة جزئية من Y

لاحظ أن : نستخدم الرمزين⊂، ⊄ عندما تكون العلاقة بين مجموعة ومجموعة

تدريب [6] في كل مما يأتي ضع علامة ⊂ أو ⊄ :

أ { 7 , 5 , 1 } .... { 2 , 1 }   ب { 10 , 9 , 3 , 4 } .... { 4 , 3 }

ج { 7 , 11 } .... { 11 , 7 }   د { 5 } .... Ø

ملاحظات

1 المجموعة الخالية Ø جزئية من أي مجموعة

2 0 ∈ Q   0 ∈ Z   0 ∈ N   0 ∉ C

3 Z ⊂ Q   N ⊂ Q   C ⊂ Q   N ⊂ Z   C ⊂ N

حيث : C مجموعة أعداد العد   حيث : N مجموعة الأعداد الطبيعية

حيث : Z مجموعة الأعداد الصحيحة   حيث : Q الأعداد النسبية

1 أي مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها .

مثال [4] اكتب جميع المجموعات الجزئية لكل من المجموعات الآتية :

أ $\{7\}$	ب $\{2, 9\}$	ج $\{1, 4, 6\}$
$\{7\}$ ، $\varnothing$	$\{9\}$ ، $\{2\}$ ، $\varnothing$ $\{2, 9\}$	$\{6\}$ ، $\{4\}$ ، $\{1\}$ ، $\varnothing$ $\{1, 6\}$ ، $\{1, 4\}$ $\{1, 4, 6\}$ ، $\{4, 6\}$

ملاحظات هامة :

المجموعات $\{1\}$ ، $\{4\}$ ، $\{6\}$ ، $\{1, 4\}$ ، $\{1, 6\}$ ، $\{4, 6\}$ تسمى **مجموعات جزئية فعلية**

المجموعات $\varnothing$ ، والمجموعة $\{8, 6, 4\}$ تسمى **مجموعات جزئية غير فعلية**

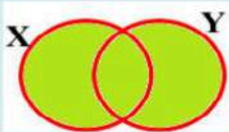
عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها n يساوي 2^n

عدد المجموعات الجزئية الفعلية من مجموعة عدد عناصرها n يساوي $2^n - 2$

عدد المجموعات الجزئية غير الفعلية من أي مجموعة يساوي **2**

العمليات على المجموعات

أولاً : الإتحاد



$X \cup Y$ يساوي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة X أو المجموعة Y

X: ×8 ×9 ×4 ×5 ، Y: ×4 ×5 ×6 $X \cup Y = \{9, 8, 5, 4, 6\}$	X: ×8 ×7 ، Y: ×6 ×1 $X \cup Y = \{8, 7, 1, 6\}$	X: ×4 ×5 ×2 ×1 ، Y: ×2 ×1 $X \cup Y = \{4, 5, 1, 2\} = X$

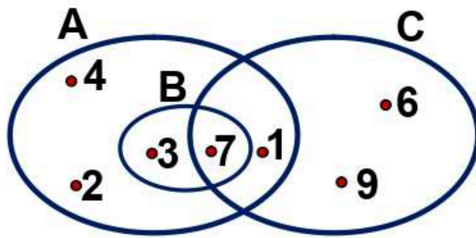
ثانياً : التقاطع



$X \cap Y$ يساوي مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين Y ، X

X: ×6 ×2 ×7 ×8 ، Y: ×7 ×8 ×5 $X \cap Y = \{7, 8\}$	X: ×8 ×6 ، Y: ×1 ×2 $X \cap Y = \varnothing$	X: ×5 ×2 ×9 ×4 ، Y: ×9 ×4 $X \cap Y = \{7, 8\} = Y$

مثال [1] من شكل فن المرسوم ، أوجد :



أ $A \cap B$ ب $B \cup C$

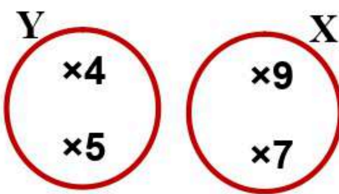
ج $A \cap B \cap C$ د $A \cup (B \cap C)$

أ $A \cap B = \{ 3 ، 7 \} = B$ ب $B \cup C = \{ 3 , 7 , 1 , 9 , 6 \}$

ج $A \cap B \cap C = \{ 7 \}$

د $A \cup (B \cap C) = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 7 \} \cup \{ 7 \} = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 7 \}$

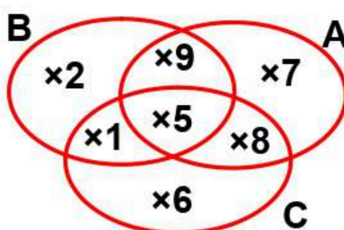
تدريب [1] مثل بشكل فن ثم أوجد



أ $X \cap Y =$ ....

ب $X \cup Y =$ ....

مثال [2] من شكل فن المرسوم ، أوجد :



أ $A \cap B$ ب $A \cup C$ ج $A \cap B \cap C$

د $A \cup (B \cap C)$ هـ $A \cup B \cup C$

و $A \cap (B \cup C)$

الحـــل

أ $A \cap B = \{ 5 , 9 \}$ ب $A \cup C = \{ 1 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 \}$

ج $A \cap B \cap C = \{ 5 \}$ د $A \cup (B \cap C) = \{ 1 , 5 , 9 , 7 , 8 \}$

هـ $A \cup B \cup C = \{ 1 , 2 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 \}$ و $A \cap (B \cup C) = \{ 5 , 8 , 9 \}$

تساوى مجموعتين

يقال لمجموعتين A و B أنهما متساويان إذا تحقق الشرطين الآتيين معاً

- كل عنصر في المجموعة A موجود في المجموعة B
- عدد عناصر المجموعة A = عدد عناصر المجموعة B

فمثلا : إذا كانت : $B = \{ 2 , 4 , 5 \}$ ، $A = \{ 5 , 2 , 4 \}$ فإن : $A = B$

تدريب [2] أوجد قيمة كل من x ، y في كل مما يأتي

أ $\{ x , 3 \} = \{ 3 , 4 \}$

$x =$ ....

ب $\{ y , 5 \} = \{ x , 3 \}$

$x =$ .... ، $y =$ ....

ج $\{ 13 , y \} = \{ x + y , 9 \}$

$x =$ .... ، $y =$ ....

د $\{ y , 5 \} = \{ x , 7 \}$

$x =$ .... ، $y =$ ....

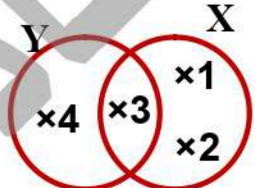
هـ $\{ x + 1 , 3 , 7 \} = \{ y - 5 , 3 , 2 \}$

$x =$ .... ، $y =$ ....

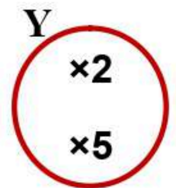
ملاحظات هامة : إذا كانت : A ، B مجموعتين غير خاليتين فإن :

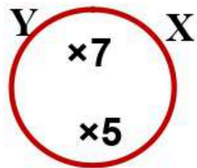
1. إذا كانت : $A \subset B$ فإن : $A \cap B = A$ ، $A \cup B = B$
2. إذا كانت : $A = B$ فإن : $A \cap B = B$ أو A ، $A \cup B = B$ أو A
3. إذا كانت : $A \cap B = \emptyset$ فإن المجموعتين A ، B **متباعدتان**
4. $A \cap \emptyset = \emptyset$
5. $A \cup \emptyset = A$

تدريب [3] من شكل فن المرسوم ، أوجد :





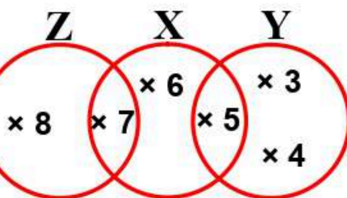




$X \cap Y =$ .... $X \cap Y =$ .... $X \cap Y =$ .... $X \cap Y =$ ....

$X \cup Y =$ .... $X \cup Y =$ .... $X \cup Y =$ .... $X \cup Y =$ ....

تدريب [4] من شكل فن المرسوم ، أوجد:



أ $X \cap Y =$ ....

ب $X \cap Y \cap Z =$ ....

ج $Z \cap X =$ ....

د $Z \cup Y =$ ....

هـ $Z \cap Y =$ ....

و $(X \cap Y) \cup Z =$ ....

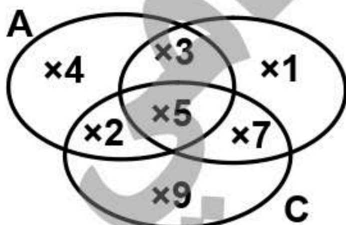
تدريب [5] اكتب جميع المجموعات الجزئية لكل من المجموعات الآتية :

أ { 5 } ب { 3 , 4 } ج { 2 , 7 , 1 }

....

....

تدريب [6] من شكل فن المرسوم ، أوجد :



أ $A \cap B =$ ....

ب $B \cup C =$ ....

ج $A \cap B \cap C =$ ....

د $A \cup (B \cap C) =$ ....

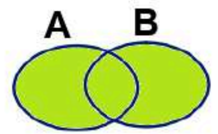
تدريب [7] إذا كانت $C = \{7 ، 2\}$ ، $B = \{4 ، 5 ، 7\}$ ، $A = \{5 ، 2 ، 3 ، 7\}$ أوجد

أ $A \cap B \cap C =$ ....

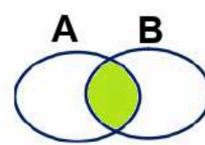
ب $A \cup B \cup C =$ ....

ج $(A \cup B) \cap C =$ ....

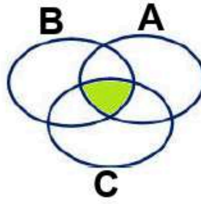
تدريب [8] اكتب ما يمثله الجزء المظلل في كل شكل من أشكال فن التالية :



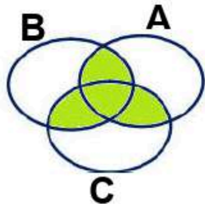
....



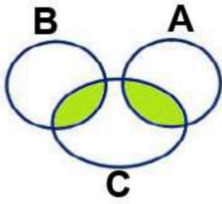
....



....



....



....

تدريب [9] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كانت : $x \in \{2 ، 5\} \cap \{5 ، 7 ، 8\}$, فإن : $x =$ ....

(8 ، 7 ، 5 ، 2)

2 إذا كانت : $\{1 ، 2\} \cup \{x + 1 ، 3\} = \{1 ، 2 ، 3\}$ فإن : $x =$ ....

(8 ، 7 ، 5 ، 1)

3 $Z \cup N =$ ....

($\emptyset$ ، Q ، Z ، N)

4 $Q \cup Z =$ ....

(Q ، N ، Z ، $\emptyset$)

5 عدد المجموعات الجزئية لأي مجموعة لا يمكن ان يساوي ....

(128 ، 64 ، 36 ، 16)

6 إذا كان عدد عناصر $A \cup B$ يساوي 5 ، فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوي ....

(6 ، 5 ، 4 ، 3)

7 إذا كان عدد عناصر $A \cap B$ يساوي 5 ، فإن عدد عناصر A لا يمكن أن يساوي ....

(11 ، 6 ، 5 ، 4)

8 إذا كان عدد عناصر $A \cup B$ يساوي 5 ، وعدد عناصر B يساوي 3 ، فإن أصغر قيمة لعدد عناصر A تساوي ....

(4 ، 3 ، 2 ، 1)

تدريب [10] ضع الرمز المناسب $\in$ أو $\notin$:

1 2 .... { 1 , 3 , 7 }

2 مجموعة حروف كلمة مصر .... ص

3 مجموعة الأعداد الأولية 17

4 مجموعة أيام الأسبوع 7

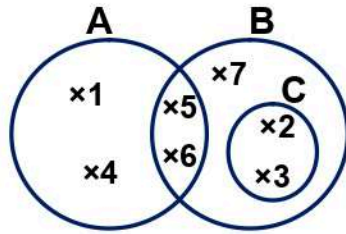
5 3 .... { 23 , 33 , 13 }

6 مجموعة مضاعفات العدد 5 15

7 مجموعة الشهور الهجرية .... مارس

8 مجموعة ألوان الطيف .... أسود

تدريب [11] من شكل فن المقابل ، أوجد:

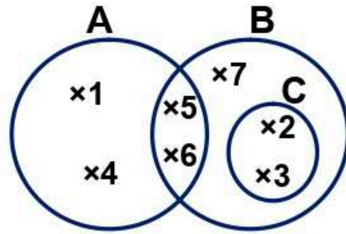


أ $A \cap B =$ ....

ب $(A \cap B) \cup C =$ ....

ج $A \cap C =$ ....

تدريب [12] من شكل فن المقابل ، أوجد:

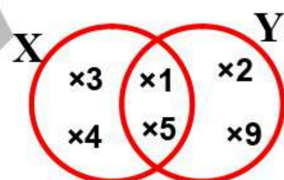


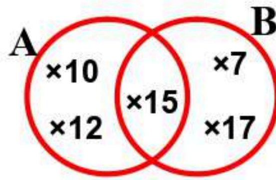
أ $A \cap B =$ ....

ب $(A \cap B) \cup C =$ ....

ج $A \cap C =$ ....

تدريب [13]:من شكل فن المرسوم أمامك أوجد :





أ $X \cap Y =$ ....

ب $X \cup Y =$ ....

أ $A \cap B =$ ....

ب $A \cup B =$ ....

تدريب [14] في كل مما يأتي حدد إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية أم خالية :

أ $X = \{ 7 , 8 , 9 ,....... \}$ (...............)

ب $Y = \{ 7 , 8 , 9 \}$ (...............)

ج مجموعة الأعداد الأولية المحصورة بين 20 ، 23 (...............)

تدريب [15] أكمل ما يلي :

1 إذا كانت : $A = B$ فإن : $A \cap B =$ .... ، $A \cup B =$ ....

2 $A \cap \varnothing =$ ....

3 $X \cap X =$ ....

4 إذا كانت : $\{ x , 3 \} \subset \{ 3 , 5 \}$ فإن : $x =$ ....

تدريب [16] أوجد قيمة كل من x ، y في كل مما يأتي :

1 $2 \in \{ x , 3 \}$

3 $x - 1 \in \{ 6 \}$

4 $y \in \{ 2 , 3 , 5 \}$ ، y أحد عوامل العدد 9

5 $x \in \{ 3 , 5 , 10 \}$ ، x أحد العوامل الأولية للعدد 6

6 $\{ 5 , y \} = \{ 7 , x \}$

7 $\{ 1 , 4 \} = \{ x , 1 \}$

8 $\{ 7 , y , 9 \} = \{ 5 , x , 7 \}$

9 $\{ 3 , x - 2 \} = \{ 6 , y + 2 \}$

الواجـــب المنزلـي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

1 إذا كانت $x \in \{2 ، 5 ، 8\}$ ، فما القيمة التي لا يمكن أن تساويها x ؟
(2 ، 3 ، 5 ، 8)

2 إذا كانت $x \notin \{1 ، 4 ، 3\}$ ، فإن x يمكن أن تساوي ....
(1 ، 2 ، 3 ، 4)

3 إذا كانت $A = \{2 ، 5 ، 8\}$ ، فأي مما يلي صحيح ؟
ⓐ $\{2\} \in A$ ⓑ $\{3\} \notin A$ ⓒ $\{5\} \subset A$ ⓓ $\{5 ، 8\} \not\subset A$

4 إذا كانت $A = \{7 ، 2 ، 4\}$ ، وكانت $B \subset A$ فأي مما يلي يمكن أن تكون المجموعة B ؟
($\{4 ، 6\}$ ، $\{1 ، 3 ، 5\}$ ، $\{4 ، 3 ، 7\}$ ، $\{7 ، 2\}$)

5 إذا كانت $A = \{6 ، 9 ، 8\}$ ، $B = \{7 ، 6 ، 2\}$ فإن : $A \cup B =$ ....
($\{6\}$ ، $\{2 ، 7\}$ ، $\{8 ، 9\}$ ، $\{2 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9\}$)

6 إذا كانت $A = \{6 ، 9 ، 8\}$ ، $B = \{7 ، 6 ، 2\}$ فإن : $A \cap B =$ ....
($\{6\}$ ، $\{2 ، 7\}$ ، $\{8 ، 9\}$ ، $\{2 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9\}$)

7 إذا كانت $\{5 ، 3 ، y ، 6\} = \{x ، 7 ، 6 ، 3\}$ فإن قيمة : $y - x =$ ....
(-12 ، -2 ، 2 ، 12)

السؤال الثاني : ضع الرمز المناسب $\in$ أو $\notin$ أو $\subset$ أو $\not\subset$:

1 $\{1 , 2 , 3\}$ □ $\{2 , 3\}$ 2 $2 , 5\}$ □ $\frac{2}{5}$ 3 $\{99\}$ □ 99

4 $\{2 , 3 , 4\}$ □ $\{1 , 2\}$ 5 $\{211\}$ □ 11 6 N □ $\{-2 , 5\}$

7 $\{3 , 5\}$ □ $\{3 , 5 , 6\}$ 8 $\varnothing$ □ 0 9 Z □ $\{4 , 7 , 0\}$

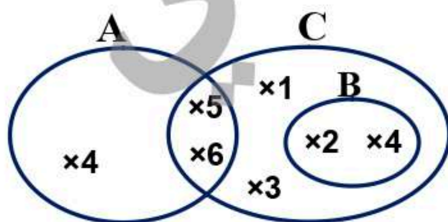
السؤال الثالث :من شكل فن المقابل ، أكمل:

أ $A \cap B =$ .... ب $A \cup (B \cap C) =$ ....

ج $A \cup B =$ .... د $A \cap (B \cap C) =$ ....

هـ $A \cap C =$ .... و $B \cap C =$ ....

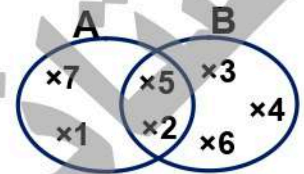
ز $B \subset$ .... ح .... ، .... مجموعتان متباعدتان



السؤال الرابع : أكمل ما يلي :

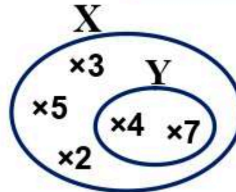
1. إذا كانت : $\{0\} \subset \{2, x, 5\}$ فإن : $x =$ ....
2. إذا كانت : $\{2\} \not\subset \{5, x\}$ فإن x لا يمكن أن تكون .... ، ....
3. إذا كانت : $\{x, 5\} \subset \{4, y, 7\}$ فإن : $x =$ .... أو .... ، $y =$ ....
4. أذا كانت : $X \cap Y = Y$ فإن : .... $\subset$ ....

السؤال الخامس :من شكل فن المرسوم أمامك أوجد :



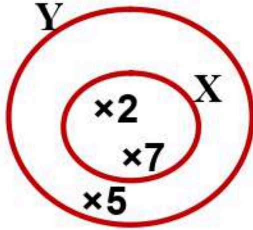
أ $A \cap B =$ ....

ب $A \cup B =$ ....



أ $X \cap Y =$ ....

ب $X \cup Y =$ ....



أ $X \cap Y =$ ....

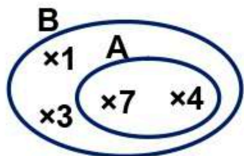
ب $X \cup Y =$ ....

السؤال السادس : ضع الرمز المناسب $\in$ أو $\notin$ أو $\subset$ أو $\not\subset$ إذا كانت :

$A = \{1, 2, 3, 6, 12\}$ ، $B = \{2, 3, 6\}$

1. 0 ☐ A
2. 2 ☐ B
3. $\{2\}$ ☐ A
4. 6 ☐ A
5. $\{1\}$ ☐ B
6. B ☐ A
7. 12 ☐ A
8. 12 ☐ B

السؤال السابع : من خلال شكل فن المقابل أكمل ما يأتي باستخدام $\subset$ أو $\not\subset$:



1. $\{7\}$ ☐ A
2. $\{7\}$ ☐ B
3. $\{1\}$ ☐ A
5. $\{1\}$ ☐ B
6. $\{1 ، 7\}$ ☐ A
7. $\{3 ، 4\}$ ☐ B

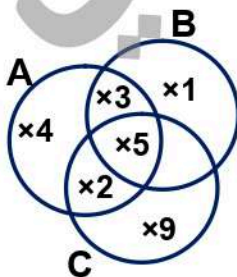
1. $\{1 ، 3 ، 7\}$ ☐ B
2. $\{1 ، 7 ، 5\}$ ☐ B
3. A ☐ B

السؤال الثامن : إذا كانت $A = \{5 ، 2 ، 3 ، 7\}$ ، $B = \{2 ، 7\}$ أوجد

أ $A \cup B =$ ....

ب $A \cap B =$ ....

السؤال التاسع : من شكل فن المقابل ، أوجد:



أ $B \cap A =$ ....

ب $A \cap B \cap C =$ ....

ج $A \cup C =$ ....

د $(B \cup C) \cap A =$ ....

اختبار على الدرس الخامس – الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1. إذا كانت { 8 ، y ، 4 ، x ، 3 } ⊂ { 7 ، 5 ، 4 } فإن قيمة : .... = $y + x$
(12 ، 8 ، 7 ، 5)

2. إذا كانت { 4 , 2 , 7 } = { x + 1 , 4 , 2 } فإن .... = x
(6 ، 4 ، 2 ، 7)

3. إذا كانت { 5 ، 7 } = A فإن عدد المجموعات الجزئية من المجموعة A = ...
(8 ، 6 ، 4 ، 2)

4. إذا كان 10 % من x = 20 ، فإن x تساوي ....
(500 ، 300 ، 200 ، 400)

5. { 17 , 27 , 77 } 7
(⊄ ، ⊂ ، ∉ ، ∈)

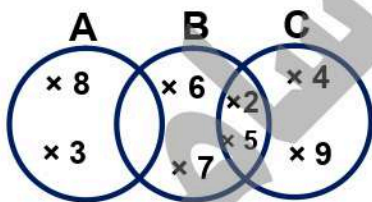
السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1. إذا كانت : A ⊂B فإن : .... = A ∩ B ، .... = A ∪ B
2. إذا كانت : { 5 , y + 1 , 3 } ∋ 4 ، فإن .... = y
3. .... = Ø ∪ B
4. إذا كان 12 : 15 = 4 : x ، فإن .... = x – 1

السؤال الثالث : أجب عما يلي:

1. إذا كانت A = { 1 ، 2 ، 3 ، 4 } ، B = { 3 ، 4 ، 5 ، 6 } أوجد
أ A ∪ B = ...
ب A ∩ B = ...

2. من شكل فن المرسوم ، أوجد:



أ B ∩ A = ...
ب B ∪C = ...
ج A ∩ B ∩ C = ...
د (B ∩ C)∪ A = ...

الوحدة الأولي

الدرس السادس – العمليات على الأعداد الصحيحة

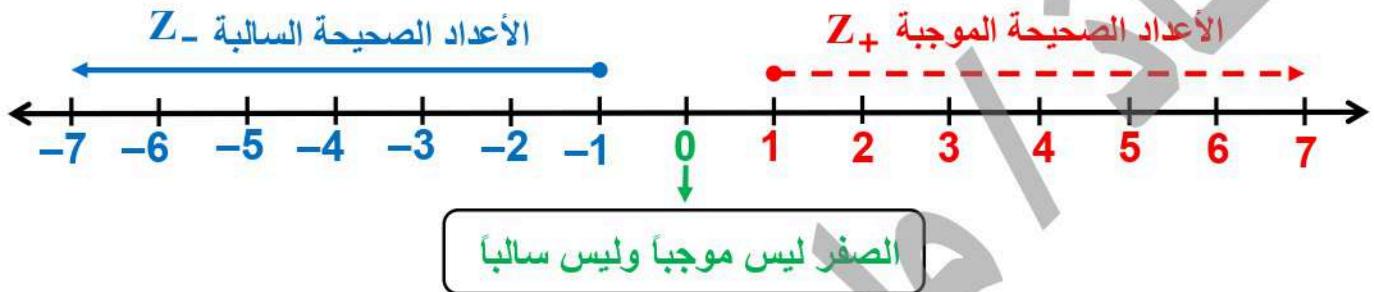
مجموعة الأعداد الصحيحة Z

تتكون مجموعة الأعداد الصحيحة من الأعداد الصحيحة الموجبة والصفر ، والأعداد الصحيحة السالبة

مجموعة الأعداد الصحيحة $(Z) = \{\dots ، 3 ، 2 ، 1 ، 0 ، -1 ، -2 ، -3 ، \dots\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة هي مجموعة مرتبة ، وتتزايد على خط الأعداد من اليسار إلى اليمين

مثال : $-3 < -2$ ، $0 > -1$ ، $-3 > -5$



الصفر ليس موجباً وليس سالباً

نلاحظ من خط الأعداد أن :

مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة : $Z_+ = \{1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، \dots\dots\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة : $Z_- = \{-1 ، -2 ، -3 ، -4 ، -5 ، \dots\dots\}$

$Z_+ \cap Z_- = \emptyset$ $\quad N \cup Z_- = Z$ $\quad Z_+ \cup \{0\} \cup Z_- = Z$

$Z_+ \subset Z$ $\quad Z_- \subset Z$ $\quad \{0\} \subset Z$

أصغر عدد صحيح موجب هو 1 بينما أكبر عدد صحيح سالب هو -1

مجموعة الأعداد الصحيحة الغير سالبة $= Z_+ \cup \{0\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة الغير موجبة $= Z_- \cup \{0\}$

العمليات على الأعداد الصحيحة

أولاً : جمع الأعداد الصحيحة

لجمع عددين صحيحين لهما نفس الاشارة نجمع العددين ويكون الناتج له نفس اشارتهما

مثال : $4 + 2 = 6$ مثال : $-2 + (-3) = -5$

لجمع عددين صحيحين مختلفين في الاشارة نطرح العددين ويكون الناتج له نفس اشارة العدد الأكبر

مثال : $-2 + 6 = 4$ مثال : $-7 + 4 = -3$

تدريب [1] أوجد ناتج كل من :

1. $-2 + (-11) = \dots\dots$
2. $4 + (-3) = \dots\dots$
3. $-10 + 5 = \dots\dots$
4. $8 + 5 = \dots\dots$
5. $0 + (-8) = \dots\dots$
6. $6 + 0 = \dots\dots$
7. $-7 + 7 = \dots\dots$
8. $|-13| + (-10) = \dots\dots$
9. $|-5| + 3 = \dots\dots$

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة

إذا كانت c ، b ، a ثلاثة أعداد صحيحة ، فإن عملية جمع الأعداد الصحيحة لها الخواص التالية :

1 مغلقة : مجموع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح $(a + b \in \mathbb{Z})$

2 إبداليه : $a + b = b + a$

3 دامجة : $(a + b) + c = a + (b + c)$

4 وجود محايد جمعي هو 0 : $a + 0 = 0 + a = a$

5 وجود معكوس جمعي : $a + (-a) = (-a) + a = 0$

مثال [1] استخدم خواص عملية الجمع في $\mathbb{Z}$ في ايجاد ناتج كل مما يأتي :

أ $8 + 10 + (-8)$
$= [-8 + 8] + 10$
$0 + 10 = 10$

ب $24 + (-19) + (-24) + 9$
$= [-24 + 24] + [-19 + 9]$
$0 + (-10) = -10$

ثانياً : طرح الأعداد الصحيحة

عملية طرح b من a هي نفسها جمع العدد a مع المعكوس الجمعي للعدد b

$a - b = a + (-b)$

مثال [2] أوجد ناتج كل من :

أ $3 - 4$ ؛ $3 + (-4) = -1$

ب $(-2) - (-6)$ ؛ $-2 + 6 = 4$

ج $(-5) - 2$ ؛ $-5 + (-2) = -7$

د $4 - (-5)$ ؛ $4 + 5 = 9$

تدريب [3] أوجد ناتج كل من :

1 $(-3) - (-9) =$ ....
2 $7 - 4 =$ ....
3 $3 - 8 =$ ....
4 $(-12) - 3 =$ ....
5 $12 - 0 =$ ....
6 $4 - 9 =$ ....

خواص عملية طرح الأعداد الصحيحة

عملية الطرح عملية مغلقة

$3 - 8 = 4$ $\quad 0 - 3 = -3$ $\quad -8 - 6 = -14$

عملية الطرح ليست إبداليه وليست دامجة ولا يوجد معكوسات لعملية الطرح

تدريب [4] أوجد ناتج كل من :

1 $0 - 7 =$ ....
2 $(-2) - 5 =$ ....
3 $10 - (-3) =$ ....
4 $7 - 3 =$ ....
5 $(-3) - 6 =$ ....
6 $3 - (-4) =$ ....

ثالثاً : ضرب الأعداد الصحيحة

قاعدة الإشارات في الضرب

حاصل ضرب عددين صحيحين لهما نفس الاشارة هو عدد صحيح موجب

مثال: $9 \times 5 = 45$ $\quad$ $-3 \times (-7) = 21$

حاصل ضرب عددين صحيحين مختلفين في الاشارة هو عدد صحيح سالب

مثال: $-4 \times 6 = -24$ $\quad$ $2 \times (-8) = -16$

حاصل ضرب أي عدد في صفر يساوي صفر

مثال : $0 \times 4 = 0$ $\quad$ $0 \times (-6) = 0$

مثال [4] أوجد ناتج كل مما يلي :

أ $(-7) \times (-1) = 7$ $\quad$ ب $5 \times (-2) = -10$ $\quad$ ج $0 \times (-7) = 0$

د $2 \times |-4| = 8$ $\quad$ هـ $-|-3| \times 5 = -15$

تدريب [5] أوجد ناتج كل مما يلي :

أ $-3 \times 5 =$ .... $\quad$ ب $(-4) \times (-6) =$ .... $\quad$ ج $(-9) \times 0 =$ ....

د $6 \times (-3) =$ .... $\quad$ هـ $(-7) \times |-5| =$ .... $\quad$ و $(-31) \times 3 =$ ....

خواص عملية جمع الأعداد الصحيحة

أولاً : الانغلاق : حاصل ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح

$0 \times (-7) = 0 \in Z$ $\quad$ $-9 \times -3 = 27 \in Z$ $\quad$ $-4 \times 5 = -20 \in Z$

عملية الضرب عملية مغلقة في Z

ثانيا : الإبدال : $\quad$ $-3 \times 5 = -15$ $\quad$ $5 \times -3 = -15$

عملية الضرب عملية إبدالية في Z

ثالثاً : خاصية الدمج :

مثال [5] باستخدام خواص عملية الضرب في Z أوجد قيمة :

أ $(-4) \times 17 \times (-25)$

الحل : $17 \times ((-4) \times (-25)) =$

$= 100 \times 17 = 1,700$

ب $8 \times 2 \times 125 \times (-50)$

الحل : $(8 \times 125) \times (2 \times (-50)) =$

$= 1000 \times (-100) = -100,000$

تدريب [6] باستخدام خواص عملية الضرب في Z أوجد قيمة :

أ $(-2) \times 17 \times (-5)$

الحل :..

....

ب $(-4) \times (-8) \times 25 \times (-125)$

الحل : ....

....

رابعا : خاصية المحايد الضربي :

العنصر المحايد الضربي في $\mathbb{Z}$ هو 1

$-6 = 1 \times 3 -$ $\quad$ $9 = 9 \times 1$

خامسا : خاصية التوزيع :

مثال [6] استخدم خاصية التوزيع في إيجاد قيمة كل من مما يلي :

أ) $5 \times 7 + 5 \times (-7)$

الحل : $= 5 \times [7 + (-7)] =$

$= 5 \times 0 = 0$

ب) $9 \times 8 + 8 - 2 \times 8$

الحل : $= 8 \times (2 - 1 + 9) =$

$= 8 \times 10 = 80$

ج) $99 \times (-23)$

الحل : $= (-23) \times (100 - 1) =$

$= -2,300 + 23 = -2,277$

د) 17×102

الحل : $= 17 \times (100 + 2) =$

$= 1,700 + 34 = 1,734$

تدريب [7] استخدم خاصية التوزيع في إيجاد قيمة كل من مما يلي :

أ) $5 \times (-5) - 15 \times (-5)$

ب) -19×102

....

....

ج) $115 \times 17 + 115 \times (-17)$

د) $17 + 8 \times 17 - 2 \times 17$

....

....

رابعاً : قسمة الأعداد الصحيحة

قاعدة الإشارات في القسمة

خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الاشارة هو عدد صحيح موجب

مثال: $8 = 5 \div 40$ $\quad$ $3 = (-8) \div (-24)$

خارج قسمة عددين صحيحين مختلفين في الاشارة هو عدد صحيح سالب

مثال: $-4 = 7 \div 28 -$ $\quad$ $36 \div (-4) = -9$

خارج قسمة الصفر علي أي عدد (ما عدا الصفر) يساوي صفر

مثال : $0 = 4 \div 0$ $\quad$ $0 \div (-6) = 0$

خارج قسمة أي عدد علي الصفر غير ممكنة

مثال [7] أوجد ناتج كل مما يلي :

أ) $-16 \div 8 =$ .... $\quad$ ب) $-32 \div (-4) =$ .... $\quad$ ج) $-14 \div (-5) =$ ....

د) $0 \div (-7) =$ .... $\quad$ هـ) $-2 \div 0 =$ ....

الحل : أ) $-16 \div 8 = -2$ $\quad$ ب) $-32 \div (-4) = 8$

ج) $-14 \div (-5) = 2\frac{4}{5} \notin \mathbb{Z}$ $\quad$ د) $0 \div (-7) = 0$ $\quad$ هـ) $-2 \div 0 =$ غير ممكنة

تدريب [8] أوجد ناتج كل مما يلي :

أ) $-24 \div (-6) = ...$ ب) $-48 \div 8 = ...$ ج) $12 \div (-3) = ...$

د) $-38 \div 0 = ...$ هـ) $-72 \div (-9) = ...$ و) $-420 \div (-15) = ...$

لاحظ أن : عملية القسمة غير مغلقة في $\mathbb{Z}$ وليست إبداليه وليس لها معكوسات

مثال [8] إذا كانت : $a = 6$ ، $b = -2$ ، $c = -6$ أوجد قيمة كل من :

أ) $4a \div 2b$ ب) $(a \times b) \div c$ ج) $(a + c) \div b$ د) $(a - c) \div b$

الحل :

أ) $4 \times 6 \div 2 \times (-2) = 24 \div 2 \times (-2) = -6$

ب) $(6 \times (-2)) \div (-6) = -12 \div (-6) = 2$

ج) $(6 + (-6)) \div (-2) = 0 \div (-2) = 0$

د) $(6 - (-6)) \div (-2) = 12 \div (-2) = -6$

تدريب [9] إذا كانت : $x = 2$ ، $y = 1$ ، $Z = 5$ أوجد قيمة :

أ) $3x - 2y + Z$ ب) $(3x - y) \div Z$

....

....

تدريب [10] أكمل ما يلي :

1. إذا كان : $a \div b = a$ ، $ab \neq 0$ فإن : $b = ...$
2. $A \times (B + C) = ... + A \times C$
3. إذا كان : $b = -2$ ، $a = 3$ فإن قيمة $3ab$ هي ....
4. إذا كان : $a \times b = a$ ، $a \neq 0$ فإن : $b = ...$

تدريب [11] اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين .

1. أي من نواتج الجمع التالية تكون إشارته موجبة ؟
($19 + (-26)$ ، $-35 + 17$ ، $-25 + (-12)$ ، $40 + (-18)$)
2. أي مما يلي يكافئ عملية الطرح : $-5 - (-8)$ ؟
($5 - 8$ ، $8 - 5$ ، $5 + 8$ ، $-5 - 8$)
3. إذا كان : $a + b = 0$ بحيث $a \neq b$ ، فإن : $a \times b$ 0
($<$ ، $>$ ، $=$ ، غير ذلك)
4. إذا كان : n عدداً صحيحاً سالباً . فأي مما يلي هو الأكبر ؟ ($\frac{n}{3}$ ، $3n$ ، $\frac{3}{n}$ ، $-3n$)
5. إذا كان : $x = |-2|$ ، $y = -3$ فإن $xy = ...$ (-5 ، 5 ، 6 ، -6)

تدريب [12] أكمل ما يأتي:

1. $-2 + (\ldots\ldots + 5) = -2$
2. المحايد الجمعي في Z هو ....
3. المعكوس الجمعي للعدد 10 هو ....
4. المعكوس الجمعي للعدد 7 – هو ....
5. المعكوس الجمعي للعدد 0 هو ....
6. ناتج طرح 5 – من 3 هو ....

تدريب [13] أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $6 + (-3) = \ldots\ldots$
2. $-4 - 5 = \ldots\ldots$
3. $-2 + (-1) = \ldots\ldots$
4. $7 + (-7) = \ldots\ldots$
5. $18 - 40 = \ldots\ldots$
6. $|-14| + |-28| = \ldots\ldots$

تدريب [14] أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $4 \times (-12) = \ldots\ldots$
2. $-|10| \times |-3| = \ldots\ldots$
3. $9 \times (-2) = \ldots\ldots$
4. $(-3) \times 3 = \ldots\ldots$

تدريب [15] استخدم خواص الضرب في Z في إيجاد :

1. $5 \times 17 \times 2$
2. $-4 \times (-19) \times 25$
3. $4 \times (-5) \times 3 \times (-2)$

تدريب [16] استخدم خاصية التوزيع في ايجاد ناتج كل مما يأتي :

1. $3 \times (-2) + 3 \times 5$
2. 17×99
3. $147 \times 69 - 47 \times 69$
4. -9×102

تدريب [17] استخدم خواص عملية الجمع في Z في ايجاد ناتج كل مما يأتي :

3. $5 + (-3) + 7 + (-9)$
5. $-74 + 65 + 74 + (-65)$
6. $2025 + 13 + (-2025)$
4. $-6 + (-3) + 6$

الواجب المنزلي

السؤال الأول : اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين .

1 $6 - (-3) =$ .... (-9 ، 9 ، -3 ، 3)

2 $72 \div (-6) =$ .... (-6 ، 6 ، 12 ، -12)

3 $15 + 8 - 15 =$ .... (23 ، 15 ، 8 ، -15)

4 $3 - |-3| =$ .... (6 ، -6 ، 1 ، 0)

5 $0 =$ .... $+ |-5|$ (1 ، 0 ، 5 ، -5)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 $4 + (-3) = (-3) +$ ....

2 $7 +$ .... $= 0$

3 $-8 +$ .... $= 0$

4 $-9 +$ .... $= -9$

5 $0 +$ .... $= |-6|$

6 $(5 + (-8)) + 7 = 5 + ($ ...... $+ 7)$

السؤال الثالث : أوجد ناتج كل مما يأتي:

1 $9 - (-105) =$ ....

2 $-17 - (-24) =$ ....

3 $-73 - (-73) =$ ....

4 $0 - (-7) =$ ....

5 $33 - |-11| =$ ....

6 $-37 + 59 =$ ....

السؤال الرابع : اكتب اسم الخاصية المستخدمة في كل مما يأتي:

1 $-5 + 3 = 6 + (-5)$ خاصية ....

2 $0 = (-6) + 6$ خاصية ....

3 $(-10 + 5) + 3 = -10 + (5 + 3)$ خاصية ....

4 $-a + a = 0$ خاصية ....

5 $7 - = (-7) + 0$ خاصية ....

السؤال الخامس : أوجد ناتج كل مما يأتي:

1 $-3 \times 7 =$ ....

2 $(-125) \times (-4) =$ ....

3 $0 \times (-10) =$ ....

4 $-9 \times 7 =$ ....

السؤال السادس : أكمل ما يلي :

1 المحايد الضربي في Z هو ....

2 ناتج ضرب عددين صحيحين مختلفين في الإشارة هو عدد صحيح ....

3 $5 \times$ .... $= 0$

4 $|-24| \div |-8| =$ ....

5 $5 \times |-42| =$ ....

6 $-4 \times [3 + (-1)] =$ ....

السؤال السابع : أوجد ناتج كل مما يأتي:

1. $-46 \div 8 =$ ....
2. $-21 \div 7 =$ ....
3. $-65 \div (-13) =$ ....
4. $(-8) + 10 =$ ....
5. $9 + (-7) =$ ....
6. $-4 + (-4) =$ ....
7. $(-4) + (-3) =$ ....
8. $5 + (-2) =$ ....
9. $-7 + 4 =$ ....

السؤال الثامن : استخدم خواص الضرب في Z في إيجاد :

1. $-50 \times (-45) \times 2$
2. $8 \times 77 \times (-125)$
3. $2 \times (-25) \times 50 \times 4$

....

....

السؤال التاسع : استخدم خاصية التوزيع في ايجاد ناتج كل مما يأتي :

1. $75 \times 37 + 75 \times 63$
2. $(-15) \times 199$

....

....

3. $(-3) \times 4 - (-3) \times 5 - 3$
4. $(-14) \times 1001$

....

....

5. $32 \times 18 - 32 \times 34 + 32 \times 17$

....

....

السؤال العاشر : استخدم خواص عملية الجمع في Z في ايجاد ناتج كل مما يأتي :

1. $6 + (-13) + 6$
2. $-7 + 2 + (-13)$
4. $25 + (-8) + (-25) + 7$

الحل : ....

....

السؤال الحادي عشر : إذا كانت $a = 15$ ، $b = -5$ ، فأوجد الناتج في كل مما يلي :

أ. $|9 - a|$

ب. $|3 - b|$

ج. $a - b$

....

....

د. $|15 \div b|$

هـ. $b \times a$

و. $b - (-a)$

....

....

اختبار على الدرس السادس – الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 $0 \times (-1) \times (-2) \times (-99) = ...$ (0 ، 198 ، 99 ، – 198)

2 $0 \div (-3) = ...$ (0 ، 1 ، – 3 ، $\frac{1}{3}$)

3 إذا كانت : $x = -1$ ، $y = 2$ فإن : $x + y = ...$ (– 1 ، 1 ، 3 ، 2)

4 $4 + (-6) > ....$ (– 4 ، – 2 ، 0 ، 2)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 $-7 \times .... = -56$

2 $-5 \times (9 \times 7) = (-5 \times 9) \times 7$ خاصية ....

3 $5 \times (-2) = (-2) \times 5$ خاصية ....

4 $-2(6 + 9) = (-2 \times 6) + (-2 \times 9)$ خاصية ....

5 $-12 \times 1 = -12$ خاصية ....

6 $(-18) \div (-3) = ...$

السؤال الثالث : أجـــب عما يلي:

1 اكتب بطريقة الصفة المميزة

أ A = مجموعة الأعداد الصحيحة الأقل من صفر ....

ب B = مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من أو تساوي 9 ....

2 استخدم خواص الجمع أو الضرب لإيجاد ناتج كل من :

أ $-13 + 7 + 13 + 8$ ب $4 \times (-28) \times (-25)$ ج -7×103

....

....

3 غواصة علي عمق 90 متر تحت مستوى سطح البحر ، ارتفعت 60 متراً . أوجد العمق الجديد للغواصة

الحل : ....

4 باستخدام خاصية التوزيع أكمل

$45 \times (-16) + (-47) \times (-16) + (-16)$

$= .... \times (........ + ... + ...)$

$= .... \times .... = ...$

5 إذا كانت : $a = 3$ ، $b = -4$ ، $c = -2$ ، فأوجد قيمة :

أ $a + b + c$ ب $a - b + c$ ج $a - b - c$

الحل : ....

....

الوحدة الأولي

الدرس السابع – العمليات على الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد النسبية Q

هي مجموعة جميع الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة كسر $\frac{a}{b}$

حيث a ، b عددان صحيحان ، $b \neq 0$ $Q = \{ \frac{a}{b} : a \in Z ، b \in Z , b \neq 0 \}$

من التعريف السابق نلاحظ أن
مجموعة الأعداد الصحيحة ومجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة أعداد العد
مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية

الصور المختلفة لكتابة العدد النسبي

كتابة العدد النسبي $\frac{a}{b}$ في صورة نسبة مئوية كما بالمثال

مثال : $\frac{1}{2} = 50\%$ $\frac{1}{4} = 25\%$ $\frac{3}{5} = 60\%$ $\frac{7}{25} = 28\%$ $\frac{9}{20} = 45\%$

يمكن كتابة العدد النسبي في صورة كسر عشري منته كما بالمثال

مثال : $\frac{1}{2} = 0.5$ $\frac{1}{4} = 0.25$ $\frac{3}{4} = 0.75$ $\frac{1}{8} = 0.125$ $\frac{1}{5} = 0.2$

يمكن كتابة العدد النسبي في صورة كسر عشري دائر كما بالمثال

مثال : $0.\overline{2} = \frac{2}{9}$ $0.\overline{3} = \frac{1}{3}$ $0.\overline{63} = \frac{7}{11}$ $0.\overline{213} = \frac{71}{333}$ $1.1\overline{6} = \frac{7}{6}$

إذا كان $\frac{a}{c}$ ، $\frac{b}{c}$ عددين نسبيين مقامهما متساويان فإن : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$

إذا كان $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين مقامهما مختلفان فإن : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$

خواص عملية جمع الأعداد النسبية

أولاً : الانغلاق : مجموع أي عددين نسبيين هو عدد نسبي $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$

ثانياً : الإبدال : عملية الضرب إبدالية في Q $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{14}{15}$

ثالثاً : المعكوس الجمعي : لكل عدد نسبي معكوس الجمعي هو نفس العدد ولكن بإشارة مختلفة

رابعاً : المحايد الجمعي : المحايد الجمعي في Q هو الصفر $\frac{4}{7} + 0 = \frac{4}{7}$

خامساً : الدمج : عملية الجمع دامجة في Q

مثال [1] أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

أ) $\frac{-5}{8} + \frac{3}{8}$ ب) $\frac{1}{4} + (-\frac{1}{3})$ ج) $2.6 + 2.\overline{6}$

د) $-\frac{5}{6} + \frac{1}{6}$ هـ) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ و) $0.\overline{3} + (-\frac{10}{15})$

الحل : أ) $= \frac{-2}{8} = \frac{-1}{4}$ ب) $= \frac{3 + (-4)}{12} = \frac{-1}{12}$

ج) $2.6 + 2.\overline{6} = 2\frac{6}{10} + 2\frac{2}{3} = 2\frac{3}{5} + 2\frac{2}{3} = 4\frac{9 + 10}{15} = 4\frac{19}{15} = 5\frac{4}{15}$

د) $= -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$ هـ) $= \frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$ و) $= \frac{1}{3} + (-\frac{2}{3}) = -\frac{1}{3}$

تدريب [1] أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$ .... 2) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} =$ .... 3) $\frac{1}{2} + (-\frac{5}{6}) =$ ....

4) $-\frac{3}{4} + \frac{1}{5} =$ .... 5) $\frac{8}{12} + (-\frac{15}{18}) =$ ....

تدريب [2] استخدم خواص عملية الجمع في Q لإيجاد الناتج كما بالمثال :

مثال $\frac{10}{22} + \frac{19}{35} + (-\frac{5}{11}) + \frac{6}{35}$

الحل : $(\frac{5}{11} + (-\frac{5}{11})) + (\frac{19}{35} + \frac{6}{35})$

$= 0 + \frac{25}{35} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

أ) $\frac{4}{5} + (-\frac{3}{7}) + \frac{1}{5} + \frac{3}{7}$

الحل : ....

....

ب) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ج) $\frac{5}{4} + (-\frac{13}{5}) + (-\frac{25}{4}) + \frac{28}{5}$

....

....

تدريب [3] اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين

1) المعكوس الجمعي للعدد $-\frac{3}{4}$ هو .... ($|-\frac{3}{4}|$ ، $-\frac{4}{3}$ ، $-\frac{3}{4}$ ، $-|-\frac{3}{4}|$)

2) إذا كان : $\frac{2}{3} + x = \frac{2}{3}$ فإن : $x =$ .... ($\frac{2}{3}$ ، 1 ، 0 ، $-\frac{2}{3}$)

مثال [2] أوجد ناتج كل ما يأتي :

أ $7\frac{2}{5} - 3\frac{1}{4}$

$7\frac{8}{20} - 3\frac{5}{20} = 4\frac{3}{20}$

ب $1 - \frac{5}{7}$

$\frac{5}{7} - \frac{7}{7} = -\frac{2}{7}$

ج $-3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$

$-3\frac{2}{4} - 2\frac{1}{4} = -5\frac{3}{4}$

د $|-\frac{3}{5}| - 25\,\%$

$\frac{1}{4} - \frac{3}{5} = \frac{5}{20} - \frac{12}{20} = -\frac{7}{20}$

هـ $\frac{1}{4} - 0.\overline{3} -$

$-\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -\frac{4}{12} - \frac{3}{12} = -\frac{7}{12}$

تدريب [4] أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

1 $0.1\overline{6} - \frac{3}{4} =$........

2 $40\,\% - 3\frac{1}{2} =$........

3 $-\frac{2}{5} - \frac{1}{7} =$........

تدريب [5] أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

1 $\frac{3}{2} \times \frac{5}{9} =$ ....

2 $1.6 \times -0.\overline{4} =$ ....

3 $-5 \times 30\,\% =$ ....

4 $-4\frac{1}{2} \times (-\frac{5}{9}) =$ ....

عملية ضرب الأعداد النسبية

إذا كان : $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

مثال [3] أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

أ $\frac{3}{6} \times \frac{2}{5}$

ب $75\,\% \times (-0.\overline{2})$

ج $-\frac{2}{4} \times 2$

د $-4\frac{2}{7} \times (-3\frac{1}{6})$

الحل : أ $\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

ب $\frac{3}{4} \times -\frac{2}{9} = -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6}$

لاحظ $0.\overline{2} = \frac{2}{9}$

ج $-\frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = -\frac{2}{2} = -1$

د $-\frac{30}{7} \times -\frac{19}{6} = \frac{95}{7} = 13\frac{4}{7}$

ملاحظات

بعد إجراء عملية الضرب يراعي وضع الناتج في أبسط صورة

عند إجراء عملية الضرب يمكن اختصار بسط العدد الأول مع مقام الثاني وبسط الثاني مع مقام الأول

يفضل وضع العدد النسبي في أبسط صورة لتسهيل عملية الضرب

يجب تحويل العدد الكسري إلى كسر غير فعلي أولاً قبل إجراء عملية الضرب

تدريب [6] أكمل ما يأتي :

1 المعكوس الجمعي للعدد $-\frac{4}{9}$ هو ....

2 المعكوس الجمعي للعدد -2.3 هو ....

3 $\frac{-6}{-11}$ هو المعكوس الجمعي للعدد ....

4 المعكوس الجمعي للعدد $(-2)^3$ هو ....

5 المعكوس الجمعي للعدد $-\frac{4}{5}$ هو ....

6 المعكوس الجمعي للعدد صفر هو ....

تدريب [7] أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

أ $\frac{3}{2} \times \frac{5}{9} =$........

ب $1.6 \times (-0.\overline{4}) =$........

ج $-5 \times 30\% =$........

د $-4\frac{1}{2} \times (-\frac{5}{9}) =$........

خواص عملية الضرب في Q

الانغلاق : حاصل ضرب عددين نسبيين هو عدد نسبي

الأبدال : عملية الضرب عملية إبدالية في Q

المعكوس الضربي للعدد النسبي $\frac{a}{b}$ هو $\frac{b}{a}$ (حيث : $a \neq 0$)

المعكوس الضربي للعدد $\frac{5}{8}$ هو $\frac{8}{5}$		المعكوس الضربي للعدد -3 هو $-\frac{1}{3}$

المعكوس الضربي للعدد $-\frac{1}{4}$ هو -4		المعكوس الضربي للعدد $2\frac{2}{3}$ هو $\frac{3}{8}$

حاصل ضرب أي عدد نسبي × معكوسه الضربي = 1		مثال : $\frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = 1$

المعكوس الضربي للعدد 1 هو نفسه

لا يوجد معكوس ضربي للعدد صفر لأن القسمة على صفر ليس لها معنى

مثال [4] استخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة كل مما يأتي :

أ $\frac{5}{11} \times \frac{1}{7} + \frac{5}{11} \times \frac{6}{7}$

الحل : $= \frac{5}{11} \times (\frac{1}{7} + \frac{6}{7})$

$= \frac{5}{11} \times 1 = \frac{5}{11}$

ب $\frac{9}{17} \times 21 - \frac{9}{17} \times 4$

الحل : $= \frac{9}{17} \times (21 - 4)$

$= \frac{9}{17} \times 17 = 9$

ج $\frac{22}{25} \times \frac{6}{11} + \frac{5}{11} + \frac{22}{25} - \frac{22}{25}$

الحل : $= \frac{22}{25} \times (\frac{6}{11} + \frac{5}{11} - \frac{11}{11})$

$= \frac{22}{25} \times 0 = 0$

د $\frac{7}{12} \times 5 + \frac{49}{12} - \frac{7}{12} \times 11$

الحل : $= \frac{7}{12} \times (5 + 7 - 11)$

$= \frac{7}{12} \times 1 = \frac{7}{12}$

تدريب [8] أجب عما يلي :

أ أكمل ما يلي :

1 المعكوس الضربي للعدد 0.3 هو ....

2 المحايد الضربي في Q هو ....

ب استخدم خاصية التوزيع لإيجاد قيمة كل من :

1 $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$

2 $7 \times \frac{3}{10} + 4 \times \frac{3}{10} - \frac{3}{10}$

....

....

عملية قسمة الأعداد النسبية

تعرف عملية قسمة الأعداد النسبية على أنها الضرب في المعكوس الضربي للمقسوم عليه

إذا كان : $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ عددين نسبيين فإن : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ (حيث : $\frac{c}{d} \neq 0$)

مثال [5] أوجد خارج قسمة كل مما يأتي :

أ $-\frac{2}{3} \div \frac{5}{3}$ ب $\frac{4}{5} \div (-8)$ ج $2\frac{1}{5} \div 5\frac{1}{2}$ د $-0.\overline{54} \div \frac{5}{22}$

الحل : أ $-\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = -\frac{2}{5}$ ب $\frac{4}{5} \times -\frac{1}{8} = -\frac{1}{10}$

ج $\frac{11}{5} \times \frac{2}{11} = \frac{2}{5}$ د $-\frac{6}{11} \times \frac{22}{5} = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}$

لاحظ

$0.\overline{54} = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$

تدريب [9] أوجد خارج قسمة كل مما يأتي في أبسط صورة :

1 $\frac{3}{4} \div (-\frac{15}{2})$ 2 $2\frac{1}{2} \div (-\frac{7}{3})$ 3 $0.\overline{5} \div 3\frac{3}{5}$

....

....

مثال [6] إذا كانت : $x = -\frac{1}{3}$ ، $y = \frac{3}{4}$ ، $z = -3$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

أ $\frac{y}{z}$　　ب $\frac{xy}{z}$　　ج $\frac{x}{y} - \frac{y}{z}$

الحل : أ $\frac{y}{z} = \frac{3}{4} \div (-3) = \frac{3}{4} \times -\frac{1}{3} = -\frac{1}{4}$

ب $\frac{xy}{z} = (-\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}) \div (-3) = -\frac{1}{4} \times (-\frac{1}{3}) = \frac{1}{12}$

ج $\frac{x}{y} - \frac{y}{z} (-\frac{1}{3} \div \frac{3}{4}) - (\frac{3}{4} \div (-3)) = -\frac{4}{9} - (-\frac{1}{4}) = -\frac{7}{36}$

تدريب [10] إذا كانت : $x = -\frac{1}{3}$ ، $y = \frac{3}{4}$ ، $z = -3$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

1 xyz　　2 $xy + yz$

....

....

تدريب [10] أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

1 $-\frac{9}{12} + \frac{3}{16} =$ ....　　2 $-\frac{15}{18} + \frac{12}{16} =$ ....

3 $\frac{3}{7} - (-\frac{2}{5}) =$ ....　　4 $\frac{1}{4} + 2\frac{3}{8} =$ ....

5 $3\frac{1}{6} - 6\frac{2}{3} =$ ....　　6 $2\frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$ ....

7 $60\,\% + \frac{3}{10} - 0.14 =$ ....　　8 $\frac{2}{3} - 0.3 + 0.\overline{2} =$ ....

تدريب [11] أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

1 $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} =$ ....　　2 $-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$ ....

3 $-\frac{3}{8} \times (-\frac{5}{3}) =$ ....　　4 $\frac{4}{5} \times (-\frac{3}{7}) =$ ....

5 $0.\overline{12} \times \frac{11}{28} =$ ....　　6 $35\,\% \times (-\frac{13}{14}) =$ ....

تدريب [12] باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة كل ما يأتي في أبسط صورة :

1) $\frac{5}{12} \times 3 + \frac{5}{12} \times 9$

2) $\frac{4}{9} \times 20 - \frac{4}{9} \times 2$

....

....

3) $\frac{6}{37} \times 7 + \frac{6}{37} \times 5 + \frac{6}{37} \times (-11)$

4) $\frac{7}{12} \times 5 + 9 \times \frac{7}{12} - 2 \times \frac{7}{12}$

....

....

تدريب [13] أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

1) $75\% \div (-\frac{3}{4}) =$ ....

2) $-0.2\overline{3} \div \frac{7}{60} =$ ....

....

لاحظ: $0.2\overline{3} = \frac{7}{30}$

3) $2\frac{1}{5} \div \frac{11}{5} =$ ....

4) $\frac{4}{5} \div 4\frac{2}{5} =$ ....

....

5) $0.5 \div 5\frac{1}{2} =$ ....

6) $-2\frac{3}{4} \div (-3\frac{1}{8}) =$ ....

....

تدريب [14] إذا كانت : $x = \frac{3}{2}$ ، $y = -\frac{1}{4}$ ، $Z = -2$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

1) $\frac{1}{X\ y\ z}$

2) $\frac{X}{y} - \frac{Z}{y}$

....

....

تدريب [15] أكمل ما يأتي :

1) $\frac{7}{20} =$ .... %

2) $\frac{21}{1000} =$ .... %

3) $|-0.4| =$ .... %

4) إذا كان : $\frac{5}{a}$ عدداً نسبياً ، فإن .... $a \neq$

5) $0.\overline{2} =$ .... في صورة $\frac{a}{b}$

6) $0.\overline{123} =$ .... في صورة $\frac{a}{b}$

الواجـب المنـزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين القوسين :

1 $\frac{1}{5} + (-\frac{6}{5}) =$ .... (1 ، -1 ، $\frac{7}{5}$ ، $-\frac{7}{5}$)

2 باقي طرح : $\frac{1}{7}$ من $\frac{8}{7}$ يساوي .... (1 ، -1 ، $\frac{9}{7}$ ، $-\frac{9}{7}$)

3 المعكوس الجمعي لباقي طرح : $-\frac{2}{9}$ من $\frac{5}{9}$ هو .... ($-\frac{7}{9}$ ، $-\frac{3}{9}$ ، $\frac{3}{9}$ ، $\frac{7}{9}$)

4 إذا كان : $a + \frac{6}{7} = 0$ فإن : $a =$ .... (صفر ، 1 ، $\frac{6}{7}$ ، $-\frac{6}{7}$)

5 إذا كان : $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times x$ فإن : $x =$ .... ($\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{7}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{7}{5}$)

السؤال الثاني : أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

1 $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} =$ ....

2 $\frac{5}{8} + (\frac{-7}{8}) =$ ....

3 $\frac{5}{9} + |-\frac{4}{9}| =$ ....

4 $-3.2 + (-1.\overline{3}) =$ ....

5 $\frac{1}{5} - \frac{2}{3} =$ ....

6 $-\frac{2}{5} - \frac{3}{15} =$ ....

السؤال الثالث : أكمل ما يلي:

7 $0.3\overline{28} =$ .... في صورة $\frac{a}{b}$

8 $\frac{5}{8} =$ .... في صورة عدد عشري

9 $\frac{7}{20} =$ .... في صورة عدد عشري

10 $\frac{3}{8} =$ .... في صورة عدد عشري

11 المحايد الجمعي في Q هو ....

12 المعكوس الجمعي للعدد $\frac{3}{7}$ هو ....

السؤال الرابع : استخدم خواص عملية الجمع في Q لإيجاد ناتج :

1 $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{7} + \frac{1}{4}$

2 $\frac{5}{8} + (-\frac{3}{4}) + \frac{3}{8} + \frac{3}{4}$

....

....

السؤال الخامس : إذا كانت : $x = \frac{3}{2}$ ، $y = -\frac{1}{4}$ ، $z = -2$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي :

1 $x - (z \div y)$

2 $(x + z) \div (y - z)$

....

....

السؤال السادس : باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة كل ما يأتي في أبسط صورة :

1) $\frac{27}{11} \times \frac{9}{4} - \frac{27}{11} \times \frac{1}{4} + \frac{27}{11} \times 9$

2) $\frac{7}{13} \times 6 + \frac{7}{13} \times 8 - \frac{7}{13}$

....

....

3) $-\frac{3}{7} \times 8 + 5 \times (-\frac{3}{7}) + (-\frac{3}{7})$

4) $\frac{22}{25} \times \frac{7}{11} + \frac{5}{11} \times \frac{22}{25} - \frac{22}{25}$

....

....

السؤال السابع : أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

1) $\frac{1}{2} \times |-12| =$ ....

2) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} =$ ....

3) $1\frac{1}{2} \times |-\frac{3}{2}| =$ ....

4) $3\frac{1}{2} \times (-4) =$ ....

5) $2\frac{1}{2} \times 0.8 =$ ....

6) $-\frac{3}{4} \times (-2\frac{2}{5}) =$ ....

السؤال الثامن : أوجد ناتج ما يأتي في أبسط صورة :

1) $\frac{3}{7} \div \frac{4}{5} =$ ....

2) $-\frac{1}{6} \div \frac{5}{2} =$ ....

3) $-\frac{4}{11} \div (-\frac{4}{11}) =$ ....

4) $\frac{5}{27} \div \frac{1}{9} =$ ....

5) $\frac{5}{6} \div (-\frac{15}{2}) =$ ....

6) $\frac{5}{16} \div (-\frac{11}{8}) =$ ....

اختبار على الدرس الخامس – الوحدة الأولى

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 إذا كان : $\frac{a}{b} = 70$ فإن : $\frac{a}{2b} =$ .... (35 ، 18 ، 72 ، 140)

2 إذا ارتفع سعر سهم إحدى الشركات المدرجة في البورصة المصرية بمقدار 3.25 جنيه ثم تراجع سعره بمقدار 2.75 جنيه . فأي مما يأتي يعبر عن التغير في سعر السهم في تلك اللحظة ؟

($-3.25 + 2.75$ ، $3.25 - 2.75$ ، $3.25 + 2.75$ ، $-3.25 - 2.75$)

3 $\frac{3}{4}$ يزيد عن $\frac{3}{8}$ بمقدار .... ($-\frac{3}{8}$ ، $-\frac{9}{8}$ ، $\frac{9}{8}$ ، $\frac{3}{8}$)

4 إذا كان : $\frac{|x|}{5} = 3$ فإن : $x =$ .... (5 ، 10 ، 15 ، ± 15)

5 $\frac{3}{4} + 50\ \% =$ .... (75 % ، 150 % ، $\frac{5}{4}$ ، $\frac{3}{2}$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 إذا كانت : $b = 2.2$ ، $a = -3\frac{1}{4}$ ، فإن : $a - b =$ ....

2 المعكوس الضربي للعدد $\frac{3}{7}$ هو .... ، بينما المعكوس الضربي للعدد 6 – هو ....

3 $\frac{1}{4} \div 25\% =$ ....

4 العدد النسبي $\frac{a-1}{5}$ له معكوس ضربي إذا كانت $a \neq$ ....

5 المعكوس الضربي للعدد $\left|-\frac{3}{5}\right|$ هو .... ، المعكوس الضربي للعدد $-\frac{4}{9}$ هو ....

السؤال الثالث : أجب عما يلي:

1 إذا كانت : $x = \frac{5}{8}$ ، $y = \frac{1}{2}$ أوجد قيمة : $\frac{X + y}{X - y}$

....

....

2 إذا صعدت سمكة قرش من عمق 152.5 متر تحت سطح البحر مسافة 124.1 متر ، أين موقع سمكة بالنسبة لسطح البحر بعد صعودها ؟

....

....

الوحدة الثانية

الدرس الأول – التعبيرات والصيغ الرياضية
جمع وطرح الحدود الجبرية

تصنف التعبيرات الرياضية إلي :

الثابت هو عدد بدون أي متغيرات
المتغير هو رمز يستخدم لتمثيل قيمة أو كمية مجهولة **مثل** x أو y

أولاً : تعبير عددي (مقدار عددي)
يتكون من عدد أو أعداد بينها عملية حسابية أو اكثر (+ أ، – أ ، × أ ، ÷) ولا يحتوي على أي متغير

مثال : $3 \times (-6) + 5$ $\quad$ $28 \div 7 - 4$ $\quad$ $7 + 25 \div (-8)$

ثانياً : تعبير جبري (مقدار جبري)
يتكون من متغير أو أكثر أو أعداد ومتغيرات بينهما عملية حسابية أو اكثر (+ أ، – أ ، × أ ، ÷) ولا يحتوي على متغير واحد علي الأقل

مثال $5 + 6y - x$ $\quad$ $3y$ $\quad$ $k \div 5 + 3$ $\quad$ $n \times \frac{3}{4}$

المعادلة / المتباينة / الصيغة الرياضية

المعادلة : تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة التساوي

$7 - 2 = 5$ $\quad$ $n - 1 = 3n$ $\quad$ $3x + 1 = 5$

المتباينة : تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما علامة من علامات التباين (> أ، < أ، ⩾ أ، ⩽)

$5 + 1 > 3$ $\quad$ $2y + 5 \geqslant 11$ $\quad$ $2x < x + 1$

الصيغة الرياضية
هي حقيقة أو قاعدة أو مبدأ يعبر عنه بصورة رياضية
مثال : مساحة المربع = طول الضلع × نفسه $\quad$ $A = S \times S$
محيط المستطيل = (الطول + العرض) × 2 $\quad$ $P = (L + W) \times 2$

مثال [1] عبر عن كل مما يأتي بصورة رياضية ، مبيناً نوعها :

أ ما سيدفعه أحمد لشراء 4 كجم مانجو بسعر m جنيهاً للكجم ، 3 كجم عنب بسعر n جنيهاً للكجم و 4 كجم خوخ بسعر 25 جنيهاً للكجم
الحل : مقدار جبري : $4m + 3n + 25$

ب مساحة المثلث (A) الذي طول قاعدته (b) والارتفاع المناظر لها (h)
الحل : صيغة رياضية : $A = \frac{1}{2} \times b \times h$

ج عمر الطفل (y) حتي يتم قبوله بالمدرسة لا يقل عن أربع سنوات
الحل : متباينة : $y \geqslant 4$

د مجموع كل من عدد الأولاد (x) وعدد البنات (y) في أحد الفصول الدراسية يساوي 35

الحل : معادلة : $x + y = 35$

هـ عند طرح 32 من درجة الحرارة بالفهرنهايت (°F) وضرب الناتج في $\frac{5}{9}$ نحصل على درجة الحرارة بالدرجة المئوية (°C)

الحل : صيغة رياضية : $(F - 32) \times \frac{5}{9} = C$

تدريب [1] عبر عن كل مما يأتي بصورة رياضية ، مبيناً نوعها :

أ ادخر أحمد k جنيهاً وادخر سامح f جنيهاً وكان ثلاثة أمثال مدخرات أحمد مخصوماً منها 20 جنيهاً تساوي مدخرات سامح

الحل : ....

ب تبحث رنا عن سلعة على الانترنت سعرها x جنيهاً بالإضافة إلى مصاريف الشحن 50 جنيهاً لا يزيد عن 500 جنيه

الحل : ....

ج محيط المثلث P إذا كانت أطوال أضلاعه هي m ، ℓ ، K

الحل : ....

د تاجر غلال اشترى x كجم من القمح ثم اشترى y كجم من القمح وبعد ذلك باع 50 كجم من القمح

الحل : ....

الحدود الجبرية المتشابهة هي الحدود التي لها نفس المتغيرات بالأسس حتى لو اختلفت المعاملات

الحدان الجبريان $4x^2$ ، $-3x^2$ متشابهان لأن لهما نفس أس المتغير

الحدان الجبريان : $5y^2$ ، $5y$ غير متشابهان لاختلاف أس المتغير y

الحدان الجبريان : $2ab^2$ ، $2a^2b$ غير متشابهان لاختلاف أسس المتغيرين a ، b

ملاحظة : الحدود الجبرية التي لا تحتوي علي متغيرات وتحتوي علي أعدا فقط تسمي حدود متشابهة

مثل : .... 5 ، 7 – ، 2 ، 3 ، 4 –

تدريب [2] اكتب الحدود المتشابهة (إن وجدت) في كل مجموعة مما يأتي :

1 $3x$ ، $5y$ ، $2x$

الحدود المتشابهة : ....

2 5 ، $3a^3$ ، $-a$ ، a^2

الحدود المتشابهة : ....

3 $3x$ ، $-2yx$ ، $3yx$ ، $5y$

الحدود المتشابهة : ....

4 $2y$ ، $-3x$ ، $5y$ ، $4x$

الحدود المتشابهة : ....

جمع وطرح الحدود الجبرية

يمكن جمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة عن طريق جمع وطرح معاملاتها

مثال [2] أوجد ناتج كل من :

أ $8x + 3x$ ب $7y - 9y$ ج $-3a - (-5a)$

الحل :

أ $11x$ ب $-2y$ ج $2a$

المقدار الجبري : هو ما تكون من حد أو أكثر مثل : $3x + 7y2$ يسمى مقدار جبري

مثال [3] في كل من المقادير التالية أوجد :

عدد الحدود معامل كل حد الحدود المتشابهة الحدود الثابتة

أ $-3x^2y + 3xy - 6 - 2yx$ ب $36bc$

الحل : أ $-3x^2y + 3xy - 6 - 2yx$

عدد الحدود : 4 معامل $3x^2y$ يساوي -3 معامل $3xy$ يساوي 3

معامل $2yx$ يساوي -2 الحدان المتشابهان $3xy$ ، $-2yx$ الحد الثابت يساوي -6

ب $36bc$ هو مقدار مكون من حد واحد ومعامله 36

تدريب [3] المقدار الجبري : $4x + 3y - 8xy - 6$ له أربعة حدود ، أكتب

أ عدد الحدود : .... ب الحد الثابت : ....

ج معامل xy : .... د المتغير الذي معامله 3 : ....

تبسيط المقدار الجبري

يكون المقدار الجبري في أبسط صورة عندما لا يحتوي على حدود متشابهة

استخدم خاصية التوزيع لإزالة الأقواس (إن وجدت) ابحث عن الحدود المتشابهة وقم بجمعها

مثال [4] اختصر لأبسط صورة :

الحل

أ $-2x + y - 5 + 3y + 3$

$= -2x + (y + 3y) + (-5 + 3)$

$= -2x + 4y - 2$

ب $4(-2a + 3b) - 2(8b - 3) + a$

$= -8a + 12b - 16b + 6 + a$

$= (-8a + a) + (12b - 16b) + 6$

$= -7a - 4b + 6$

تدريب [4] اختصر لأبسط صورة :

أ) $7b + 3a - 5b + a + 7$

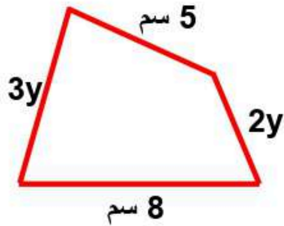
ب) $-5(2x - 3y) + 2(-3x + y)$

....

....

....

مثال [5] اكتب تعبير الرياضي الذي يعبر عن محيط الشكل المقابل ، ثم أوجد قيمة المحيط عندما : $y = 2$



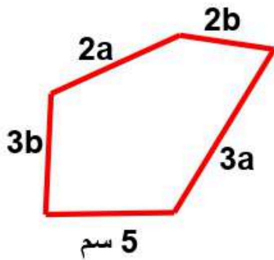
الحل : محيط أي مضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه

$p = 5 + 8 + 2y + 3y$

$p = 13 + 5y$

$p = 13 + 5 \times 2 = 23$

تدريب [5] اكتب تعبير الرياضي الذي يعبر عن محيط الشكل المقابل ، ثم أوجد قيمة المحيط عندما : $b = 2$ ، $a = 3$



الحل : ....

....

....

تدريب [6] اكتب المقادير الجبرية التالية في أبسط صورة

1) $7m - 2n - 7m + 1$

2) $-x + 2y - 8y + 5x + 7$

....

....

3) $5k + 3(2k - 4)$

4) $-2n + 3(n - 1)$

....

....

5) $2(3x - 4) - 3(x - 2)$

6) $3(2x - 5) - 4(x - 6)$

....

....

تدريب [7] أكمل ما يلي .

1) ناتج طرح $2b$ من $5b$ هو ....

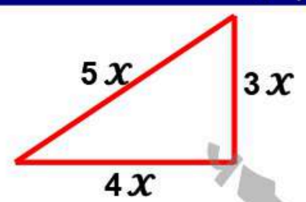
2) الحد الجبري الذي إذا أضيف إلى $7m-$ كان الناتج $9m-$ هو ....

3) الحد الجبري الذي إذا طرح من $8x$ كان الناتج $4x-$ هو ....

4) الحد الجبري $3y-$ يزيد عن الحد الجبري $2y$ بمقدار ....

5) الحد الجبري $8k$ ينقص عن الحد الجبري $3k-$ بمقدار ....

تدريب [8] أوجد التعبير الرياضي الذي يعبر عن محيط كل من الأشكال الآتية وأوجده في أبسط صورة ثم أوجد القيمة العددية للمحيط عند قيم المتغير المعطاة :

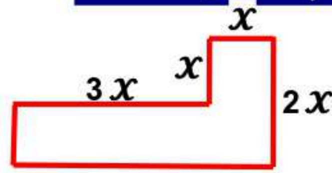


التعبير الرياضي : ....

أبسط صورة : ....

القيمة العددية للمحيط

عند $x = 1$ هي ....

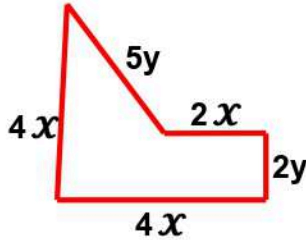


التعبير الرياضي : ....

أبسط صورة : ....

القيمة العددية للمحيط

عند $x = 5$ هي ....



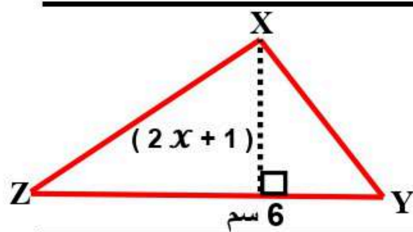
التعبير الرياضي : ....

أبسط صورة : ....

القيمة العددية للمحيط

عند $x = 3$ ، $y = 2$ هي ....

تدريب [9] XYZ مثلث ، أكتب الصيغة الرياضية التي تعبر عن مساحته (A) ثم أوجد A عندما $x = 1$



....

....

تدريب [10] اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين .

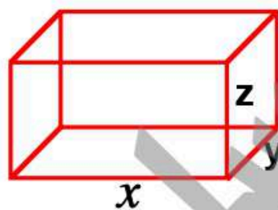
1 ما المعادلة المناسبة لإيجاد طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع محيطه 12 سم ؟

($x + 3 = 12$ ، $3x = 12$ ، $2x = 12$ ، $x = 12$)

2 ما المتباينة التي تعبر عن الطول n سم المناسب لاختيار شخص لممارسة إحدى الألعاب الرياضية يجب أن لا يقل عن 180 سم

($x > 180$ ، $x < 180$ ، $x \leqslant 180$ ، $x \geqslant 180$)

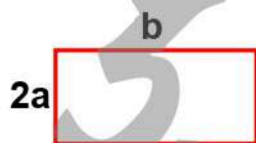
3 ما الصيغة الرياضية التي تعبر عن حجم متوازي المستطيلات (V) ؟



ⓐ $V = 2xy + 2yz + 2zx$ ⓑ $V = \frac{1}{2}xy + z$

ⓒ $V = xyz$ ⓓ $V = 2(x + y)z$

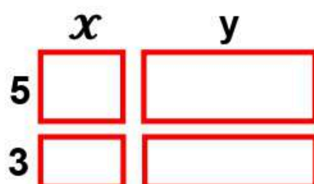
4 المقدار الجبري الذي يعبر عن محيط المستطيل هو.............



ⓐ b + 2 a ⓑ a + 2 b

ⓒ 4 a + 2 b ⓓ 2 a b

5 المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الحديقة هو............



ⓐ $5x + 5y$ ⓑ $3x + 3y$

ⓒ $8xy$ ⓓ $8x + 8y$

الواجب المنزلي

السؤال الثاني : اختر الاجابة الصحيحة من بين القوسين .

1. $x + x + x =$ .... ($3x$ ، $3 + x$ ، x^3 ، $3x^3$)

2. $5x + (-3x) =$ .... ($-8x$ ، $-2x$ ، $2x$ ، $8x$)

3. أي مما يلي حدان جبريان متشابهان ؟
(x^2 , y^2 ، $7x , 7$ ، $3a , 8a$ ، $2x , -x^2$)

4. إذا كانت : $a = 2b$ ، $b = 15$ ، فإن القيمة العددية للمقدار : $a + 2b + 5$ تساوي ....
(65 ، 30 ، 60 ، 40)

5. الصيغة الرياضية التي تعبر عن المساحة (A) لمتوازي أضلاع طول قاعدته (L) وارتفاعه (h) هي ....
($A = \frac{L}{h}$ ، $A = L h$ ، $A = L + h$ ، $A = \frac{1}{2} L h$)

السؤال الثاني : أكمل ما يلي .

1. الحد الثابت في المقدار الجبري : $5 - 3x + 2xy$ هو ....
2. عدد حدود المقدار الجبري : $35 a b c$ هو ....
3. الحد الذي يشابه الحد $a^2 b$ في المقدار الجبري : $b^2 a - 3 a b + 7 b a^2$ هو ....
4. معامل الحد الذي يشابه الحد $5xy$ من حدود المقدار الجبري :
$3 y x - 5 x^2 y + 2 x y^2$ هو ....
5. $6 - y + 5 y - 3 y$ – في أبسط صورة يساوي ....

اكتب المقادير الجبرية التالية في أبسط صورة

1. $13x - 7 + 8x + 19$
2. $2x + 4y + x - 7y$
3. $5a + 2a - b + 3b$

....
....
....
....
....
....

اختبار على الدرس الأول -الوحدة الثانية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 أي مما يلي يعتبر تعبيراً عددياً ؟ ....

($25 - x$ ، $2 \times 3 - 5$ ، $3x + 4$ ، $x - 4$)

2 عدد حدود المقدار : $3x + 2 - y$ هو ....حدود (5 ، 4 ، 3 ، 2)

3 التعبير الرياضي الذي يكافئ ((طرح (2 –) من x)) هو ....

($x + 2$ ، $-2 - x$ ، $2 - x$ ، $x - 2$)

4 معامل x في المقدار الجبري : $7x - 3$ هو .... ($7x$ ، x ، 3 ، 7)

4 عدد حدود المقدار الجبري : $-7xyz$ هو .... (1 ، 2 ، 3 ، 4)

3 الصيغة الرياضية التي تعبر عن مساحة المربع (A) الذي طول ضلعه (L) هي ....

($A = 4L$ ، $A = 4 + L$ ، $A = L^2$ ، $A = L^4$)

1 إذا كان عمر شروق الآن y سنة ، فإن عمرها منذ 10 سنوات هو ....

($10 + y$ ، $10 - y$ ، $y - 10$ ، $y + 10$)

4 أي مما يلي حدان جبريان متشابهان ؟

($5x , 5$ ، $13a^2 , 7a$ ، $5xy , 7yx^2$ ، $3x , -7x$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 التعبير الرياضي الذي يعبر عن ((العدد 7 مطروحاً منه y)) هو ....

2 قيمة المقدار : ($2a - 6$) عندما $a = -1$ هي ....

3 $10x + 6y - ......x + ...y = 3x + 8y$

4 إذا كانت مساحة متوازي أضلاع الذي طول قاعدته 9 سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ($4x + 2$) سم تساوي 45 سم^2 ، فإن .... = x

5 الحدود الجبرية : $7a$ ، $3a$ ، $-4a$ هي حدود جبرية ....

السؤال الثالث : أجب عما يلي:

1 اكتب في ابسط صورة المقدار الجبري : $2(x - 3y) - 3(2x - 1)$

ثم أوجد قيمة المقدار عندما : $y = -2$ ، $x = 2$

....

....

....

الوحدة الثانية

الدرس الثاني – جمع وطرح المقادير الجبرية

أولا: جمع المقادير الجبرية

مثال : لجمع المقدارين : $2y - 1 - x$ ، $5x - 7y + 3$ يمكن استخدام إحدى الطريقتين التاليتين

الطريقة الأفقية :

نكتب المقدارين علي سطر واحد بينهما علامة الجمع (+) $(5x - 7y + 3) + (2y - 1 - x)$

نستخدم خاصيتي الابدال والدمج لتجميع الحدود المتشابهة معاً

$= (5x - x) + (-7y + 2y) + (3 - 1)$

نوجد ناتج الجمع $= 4x - 5y + 2$

الطريقة الرأسية :

وفيها نرتب المقدارين رأسياً بحيث تقع الحدود المتشابهة تحت بعضها باستخدام خاصية الابدال كما يلي

$$\begin{array}{r} 5x - 7y + 3 \\ + \quad -x + 2y - 1 \\ \hline 4x - 5y + 2 \end{array}$$

مثال [1] أوجد ناتج الجمع : ثم أوجد القيمة العددية للناتج عند $x = 3$ ، $y = -2$

1) $y + 2x - 4 -$ ، $8 + 3x - 2y$

$$\begin{array}{r} -3x + 2y + 8 \\ + \quad -2x + y - 4 \\ \hline -5x + 3y + 4 \end{array}$$

القيمة العددية للناتج :

$-15 - 6 + 4 = -17$

2) $4x + 2y$ ، $2x - 3 -$ ، $6x - 7y + 2$

$$\begin{array}{r} 6x - 7y + 2 \\ + \quad -2x \quad\quad - 3 \\ + \quad 4x + 2y \quad\quad \\ \hline 8x - 5y - 1 \end{array}$$

القيمة العددية للناتج

$24 + 10 - 1 = 33$

تدريب [1] أوجد ناتج جمع : $5y + 8x - 8z$ ، $-2x + y + 3z$

ثم أوجد القيمة العددية لناتج عند : $z = 5$ ، $y = -3$ ، $x = 1$

....

....

....

....

....

المعكوس الجمعي للمقدار الجبري الرأسية :

هو مقدار جبري آخر حدوده هي المعكوسات الجمعية لحدود المقدار الجبري الأصلي ويكون مجموع المقدار الجبري ومعكوسه الجمعي يساوي الصفر

المقدار الجبري $2x - 4y + 5$

معكوسه الجمعي $-2x + 4y - 5$

$0 + 0 + 0 = 0$

ثانيا: طرح المقادير الجبرية

مثال [2] أوجد ناتج طرح : $5x - 3y + 2z$ من المقدار $2y - z + 7x$

الحل :

$$
\begin{array}{r}
7x + 2y - z \\
+\quad -5x + 3y - 2z \\
\hline
12x - y + z
\end{array}
$$

تدريب [2] أجب عما يأتي :

أ) كم ينقص المقدار : $4a + b - 9$ عن المقدار $13 + 2b - 3a$ ؟

ب) أوجد ناتج طرح : $7x - 3y + z$ من $-2z + 3y - x$

ج) ما زيادة المقدار: $-4a - 3b + 5$ عن المقدار : $-4 + 3a - b$

الحل : ....

تدريب [3] اجمع المقدارين : $x + 4z - y$ ، $-3z + x + 3y$

ثم اطرح الناتج من : $4x - 3y + 2z$

الحل : ....

تدريب [4] مدرسة بها ($8x + 15$) بنتاً ، ($7x - 10$) ولداً . كم يزيد عدد البنات عن عدد الأولاد بالمدرسة

الحل : ....

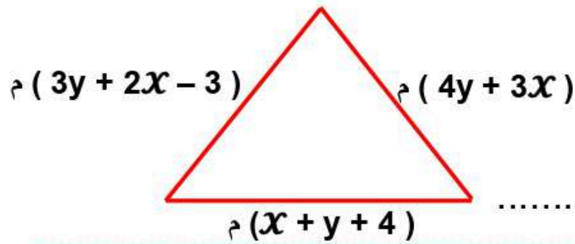
تدريب [5] أوجد ناتج الجمع :

أ) $8r + 3q$ ، $7p + 4r$ ، $4p - 3q - r$

ب) $8b - 4a$ ، $5b - 4a - 3c$ ، $6a - 3b + c$

الحل : ....

تدريب [6] في الشكل المقابل :

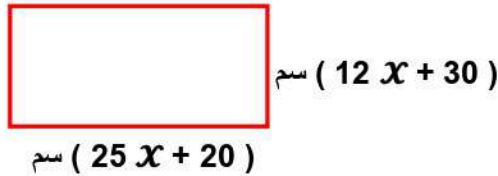


اكتب تعبيراً رياضياً في ابسط صورة يعبر عن محيط المثلث

ثم أوجد قيمة المحيط (P) عند $x = 2$ ، $y = 3$

الحل : ....

تدريب [7] في الشكل المقابل :



اكتب تعبيراً رياضياً في ابسط صورة يعبر عن محيط المستطيل

ثم أوجد قيمة المحيط (P) عند $x = 10$

الحل : ....

تدريب [8] أوجد ناتج طرح كل من

أ 5a + b – 30 من 6a + 2b + 5

ب 2x + y + 3 من 3x + 5y – 7

الحل : ....

تدريب [9] أوجد ناتج طرح :

1 4x – 3 من – x + 8

2 2x + 6 y – 7 من 2x – 5y + 2

3 – 4b – 3a + c ، – 4a – 3b + 5c

4 – 4q + 5 – p ، – 6p – 5 + q

تدريب [10] أوجد ناتج جمع :

1 $-3L + m - 7k$ ، $k - 3m + L$

2 $3x - 4y + z$ ، $7y - 5x - z$ ، $2x - 3y + z$

تدريب [11] أجب عما يأتي :

1 ما المقدار الذي يجب طرحه من المقدار $4a - 3b - 5c$ ليكون الناتج $a + 2b - 5c -$ ؟

تدريب [12] أوجد ناتج طرح :

1 $5a - 3b + c$ من $-3c + 7b - a$

2 $-4b + 3c$ من $3b - 4c + 5a$

تدريب [13] أجب عما يأتي :

1 ما زيادة المقدار : $7a - 8b + 4c$ عن $3a - 5c + b -$ ؟

2 ما نقص المقدار : $-4x - 3y + 8$ عن $7 + 3x + y$ ؟

3 ما المقدار الذي يضاف إلى $8a - 3b + 5c$ ليكون الناتج $3b + c$ ؟

الواجـــب المنــزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 المقدار الجبري : $2x + 3y$ يزيد عن $3y - 2x$ بمقدار ....

($-6y$ ، $-4x$ ، $4x$ ، $6y$)

2 ناتج جمع المقدارين : $x + 2y - 3z$ ، $-2y - x - 3z$ هو ....

($-6z$ ، صفر ، $6z$ ، $x + 2y - 3z$)

3 المعكوس الجمعي للمقدار : $3x - 2y + 8$ هو ....

($-3x - 2y + 8$ ، $-3x + 2y + 8$ ، $-3x + 2y - 8$ ، $3x + 2y - 8$)

4 .... $+ (2x - 3y) = -x + y - 4$

($x - 2y - 4$ ، $-3x + 4y + 4$ ، $-4 - 3x + 4y$ ، $4y + 3x + 4$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

$7x - 3y + 5$
$\underline{-3x + 4y - 8}$
....

$a - b + 8$
$\underline{-3a + 7b - 13}$
....

$-m + 9n - k$
$\underline{-3m - 12n + k}$
....

.... $+ 4x - 8y$
$3z$ .... $+ 3y$
$z + 3x$ ......

....
$5a - 3b + c$
$-a + b - 2c$

$3k -$ .... $+ 5m$
.... $- 7L$ ....
$0 + L - 3m$

السؤال الثالث : أكمل لإيجاد ناتج الطرح :

$5x - x + 7$
$+$ ....
....

$5x - y + 7$
$-$ $3x + 4y - 3$
....

$(-2a - 3b + c) - (5b - 3a - 4c)$
$=$ (..................) + ($-5b$ ....)
$=$ (..........) + (..........) + (...........)
$=$ ....

السؤال الرابع : أوجد ناتج الجمع :

1 $3x - 2y + 5$ ، $x + 8y - 2$

2 $8L - 7m + n$ ، $-5n + 7m - 2L$

الحل : ....

....

....

....

اختبار على الدرس الثاني - الوحدة الثانية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 ناتج جمع المقدارين : $5 + 3x -$ ، $2x - 1 -$ هو ....

($x + 4$ ، $x - 4$ ، $4 - x$ ، $-5x + 4$)

2 $(4x - 3y + 2) - ($ .... $) = y + x - 5$

($-2y + 5x - 3$ ، $3y + 4x + 7$ ، $3x - 4y + 7$ ، $3x - 4y + 3$)

3 $($ .... $) - (a - 3b + c) = -4c - 2b$

($-3c - 5b + a$ ، $a + b - 5c$ ، $-5c + b - a$ ، $a - b + 5c$)

4 $(17 - 3x + 5y) + ($ .... $) = 15 - y$

($6y + 3x - 2$ ، $3x - 6y - 2$ ، $-2 - 6y$ ، $3x - 2 - 4y$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 ناتج جمع المقدارين : $3b - 1 + 5a$ ، $a - b + 7$ ....

2 ناتج طرح : $2y - 3x + z$ من $x - 3y + 8z$ هو ....

3 ناتج جمع المقدارين : $5x^2 + 2$ ، $4x^2 - 7$ يساوي ....

4 $6x - x =$ ....

السؤال الثالث : أجـب عما يلي:

1 اجمع المقدارين : $2b + 5a$ ، $6a + 7b - 2$ ، ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما : $b = 1$ ، $a = 2$

....

....

....

....

2 قرر عمر أن يقرأ كتاباً عدد صفحاته $(7x + 31)$ صفحة ، فقرأ خلال ثلاثة أيام $(4x + 17)$ صفحة ما عدد الصفحات المتبقية من الكتاب ؟

....

....

....

....

الوحدة الثانية

الدرس الثالث – المعادلات الخطية

مفهوم المعادلة

المعادلة هي جملة رياضية تعبر عن تساوي تعبيرين رياضيين

أمثلة لمعادلات

$x + 2 = 5$ (معادلة خطية) $x + 5 = -3$ (معادلة خطية)

$4x^2 + 1 = 4$ (معادلة تربيعية) $x + 2y = 5$ (معادلة في متغيرين)

$x^3 + x = 2$ (معادلة تكعيبية)

لاحظ أن : المعادلة الخطية تمثل بيانياً في المستوى بخط مستقيم وأي متغير فيها يكون مرفوعاً للأس واحد

تكوين المعادلة

لإيجاد المعادلة المناسبة لكل موقف نفرض أن المجهول x أو y أو ....

مثال [1] عبر عن كل من المواقف الآتية بمعادلة مناسبة :

أ عدد إذا أضيف إليه 5 كان الناتج 7 الحل : $x + 5 = 7$

ب عددان صحيحان متتاليان مجموعهما 21 الحل : $x + (x + 1) = 21$

ج إذا أضيف العدد 2 إلى ثلاثة أمثال ناتج طرح عدد من 6 كان الناتج 11

الحل : $2 + 3(6 - x) = 11$

د طلب أحمد ثلاث فطائر من أحد المحال الذي يقدم خدمة التوصيل مقابل 20 جنيهاً فكان إجمالي المطلوب 170 جنيهاً الحل : $3x + 20 = 170$

تدريب [1] عبر عن كل مما يأتي بمعادلة مناسبة :

أ إذا أضيف ضعف عدد إلى (– 8) كان الناتج 6 ب عددان فرديان متتاليان مجموعهما 32

....

ج اشترى يوسف أربعة أقلام وحصل على خصم 5 جنيهات وكان إجمالي المدفوع 19 جنيها

....

تدريب [1] عبر عن كل مما يأتي بمعادلة مناسبة :

أ عند إضافة 5 إلى عدد كان الناتج (– 3) ب عند طرح 15 من ضعف عدد كان الناتج 12

....

ج مجموع ثلاثة أعداد فردية متتالية يساوي 87

....

حل المعادلة

حل المعادلة هو إيجاد قيمة المجهول في المعادلة وذلك من بين بدائل تسمي مجموعة التعويض

مجموعة التعويض : هي المجموعة التي تنتمي إليها القيم المحتملة للمجهول في المعادلة

مجموعة الحـــل : هي مجموعة التي تنتمي لمجموعة التعويض وتحقق تساوي طرفي المعادلة

مثال [2] أوجد مجموعة حل المعادلة : $2x - 3 = 5$ مجموعة التعويض هي { 5 , 4 , 3 }

الحل : عندما : $x = 5$ فإن : $10 - 3 \neq 5$ إذن 5 لا تحقق المعادلة

عندما : $x = 4$ فإن : $8 - 3 = 5$ إذن 4 تحقق المعادلة

عندما : $x = 3$ فإن : $6 - 3 \neq 5$ إذن 3 لا تحقق المعادلة

مجموعة الحل = { 4 }

تدريب [2] أوجد مجموعة الحل مستخدماً مجموعة التعويض المعطاة لكل معادلة :

1 المعادلة : $15 - 2x = 3$ ، مجموعة التعويض { 6 , 5 , 4 }

....

....

....

....

2 المعادلة : $2(x - 4) = 10$ ، مجموعة التعويض { 10 , 9 , 8 }

....

....

....

....

مثال [3] أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في Z

أ $3x + 1 = -4$

$3x = -4 - 1$

$3x = -5$

$x = -\frac{5}{3}$

مجموعة الحل = $\varnothing$

ب $\frac{x - 3}{2} = -4$

$x - 3 = -4 \times 2$

$x - 3 = -8$

$x = -5$

مجموعة الحل = { – 5 }

ج $5x - 3 = 2x + 3$

$5x - 2x = 3 + 3$

$3x = 6$

$x = 2$

مجموعة الحل = { 2 }

تدريب [3] أوجد مجموعة حل المعادلة : $2x + 7 = 3$ إذا كانت مجموعة التعويض : Z ، N

....

....

....

....

تدريب [4] أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في Z

أ $2x - 3 = 5$　　ب $3x - 3 = x + 6$

....

....

....

....

تدريب [5] أوجد مجموعة الحل في Q لكل من المعادلات الآتية :

أ $3x + 2(5x - 1) = 7$　　ب $3(x + 2) + 7(x - 1) = 12$

....

....

....

....

ج $2(x - 3) + 3(x - 2) - 4x = -3$　　د $3(2x - 8) - (2x + 2) = x - 3$

....

....

....

....

هـ $\frac{x - 1}{4} = \frac{x + 1}{3}$　　و $\frac{3}{1 - 2x} = \frac{5}{4 + 4x}$

....

....

....

....

تدريب [6] أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في Z

أ $2x - 5 = -17$　　ب $4 - 3x = 19$　　ج $4(x - 1) = 3(x + 1)$

....

....

....

....

أ $-2(x + 1) = 3$　　ب $5(x - 1) = 20$　　ج $2(x + 1) = 3(5 - x)$

....

....

....

....

مثال [4] أوجد مجموعة الحل في Z ، Q لكل من المعادلتين الآتيتين :

أ $5 (x + 4) = 2$

$5x + 20 = 2$

$5x = -18$

$x = -\frac{18}{5} = -3.6$

مجموعة الحل في Z = $\emptyset$

مجموعة الحل في Q = { 3.6– }

ب $3 (x - 4) = 4 (2x + 5)$

$3x - 12 = 8x + 20$

$3x - 8x = 20 + 12$

$-5x = 32$

$x = -\frac{32}{5} = -6.4$

مجموعة الحل في Z = $\emptyset$

مجموعة الحل في Q = { 6.4 – }

مثال [5] إذا كان زياد أكبر من أخيه محمد بثلاث سنوات وكان مجموع عمريهما 23 سنة . أكتب معادلة تمثل هذا الموقف ، ثم احسب عمر كل من زياد ومحمد .

الحل : نفرض أن عمر محمد x ، عمر زياد $(3 + x)$

$x + 3 + x = 23$　　$2x = 30$　　$x = 10$

عمر محمد 10 سنوات ، عمر زياد 13 سنة

تدريب [7] أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في Q

1 $3x + 2(5x - 3) = 7$

2 $3(x + 2) + 7(x - 1) = 12$

....

....

....

5 $\frac{x + 1}{3} = \frac{x - 1}{4}$

6 $\frac{5}{4 + 4x} = \frac{3}{1 - 2x}$

....

....

....

تدريب [8] أجب عن الأسئلة التالية :

أ إذا كانت : $2x + 3 = 1$ فما قيمة : $x - 7$ ؟

ب إذا كانت : $\frac{m}{3} = 7$ فما قيمة : $m - 19$ ؟

....

....

....

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كانت : $2x = 2$ فإن : .... = $(3x - 1)$ (1 ، 2 ، 3 ، 4)

2 إذا كانت : $4 (x + 2) = 12$ وكانت مجموعة التعويض هي { 4 ، 3 ، 2 } . فإن مجموعة الحل ...
({1} ، {2} ، {3} ، Ø)

3 عددان متاليان مجموعهما 29 ، أي من المعادلات التالية تعبر عن ذلك ؟
($x + x + 2 = 29$ ، $x + x + 1 = 29$ ، $x + x - 1 = 29$ ، $x + x + 1 = 30$)

4 عمر زياد الآن x سنة ، وعمره منذ 7 سنوات كان 18 سنة . فإن المعادلة التي تمثل الموقف السابق هي ....
($x + 7 = 25$ ، $x - 7 = 11$ ، $x + 7 = 18$ ، $x - 7 = 18$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 المعادلة هي جملة رياضية تعبر عن .... بين تعبيرين رياضيين

2 المعادلة : $3x^2 + x = 8$ تسمى معادلة ....

3 إذا كان : $5x = 4 (x + 2)$ ، فإن .... = x

4 مجموعة حل المعادلة : $x + 1 = 0$ في N هي ....

السؤال الثالث : أوجد مجموعة حل المعادلات الاتية :

1 $3 - 3x = 9$ إذا كانت مجموعة التعويض { 3 ، 1 ، – 1 ، – 3 }

....

2 $6(x + 2) = - 6$ إذا كانت مجموعة التعويض { 3 ، 2 ، 1 ، – 2 }

....

السؤال الرابع : أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في Q

1 $7 = 2(x + 3)$

2 $3(x - 1) + 4 = 3$

....

....

....

....

3 $2(x + 3) = 3(1 - x)$

4 $\frac{1}{3}x + 3 = 12$

....

....

....

....

اختبار على الدرس الثالث – الوحدة الثانية

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 اشترت صفاء ثلاث حقائب سفر متطابقة ودفعت 1,500 جنيه بعد أن حصلت علي خصم 300 جنيه فإن سعر الحقيبة الواحدة قبل الخصم = ... جنيه

(500 ، 600 ، 700 ، 800)

2 إذا كانت : $0.\overline{6}\,x - \frac{1}{3} = 1$ ، فإن : .... = x

($\frac{20}{9}$ ، $\frac{2}{9}$ ، 2 ، $\frac{1}{2}$)

3 مجموعة حل المعادلة : $7 - 3x = x - 3$ في Z هي ....

(∅ ، {2} ، {1} ، {3})

4 أي من المعادلات التالية ليس لها حل في Z ؟

($7x = 7$ ، $7x = 1$ ، $7x = 14$ ، $7x = 35$)

5 أي من المعادلات التالية تكافئ المعادلة : $3m - 1 = 8$ ؟

($m = 3$ ، $3m = 18$ ، $m = 9$ ، $3m = 6$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 مجموعة حل المعادلة : $2x + 1 = 5$ في Q هي ....

2 مجموعة حل المعادلة : $3x - 1 = 4$ في N هي ....

3 إذا كان x عدداً صحيحاً زوجياً فإن العدد الزوجي التالي له مباشرة هو ....

4 إذا كانت : $5 - x = 3$ فإن : .... = x

5 إذا كان $3b = 6$ ، فإن : .... = $6b$

السؤال الثالث : أجب عما يلي:

1 ما العدد الذي إذا طرح من ثلاثة أمثاله كان الناتج 14 ؟

....

....

....

....

2 أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في Q

أ $(x - 3) + 3(x - 2) - 4x = -3$

ب $3(2x - 8) - (2x + 2) = x - 3$

....

....

....

....

الوحدة الثالثة

الدرس الأول – تنظيم البيانات

مثال [1] سأل معلم طلاب فصله : ما الهواية المفضلة لدى كل واحد منكم ؟ فكانت إجاباتهم كالتالي

الرسم	الغناء	التمثيل	الرسم	القراءة	القراءة	التمثيل
القراءة	الرسم	الغناء	الموسيقى	القراءة	الغناء	الموسيقي
القراءة	الموسيقي	الرسم	الموسيقى	القراءة	التمثيل	الموسيقي

مثل هذه البيانات بمخطط الأعمدة ثم أجب :

أ ما الهواية التي يفضلها العدد الأكبر من الطلاب ؟

ب ما الهواية التي يفضلها أقل عدد من الطلاب ؟

ج ما زيادة عدد الذين يفضلون الموسيقى عن الرسم ؟

الحـــــل

الهواية	الرسم	التمثيل	القراءة	الغناء	الموسيقي
عدد الطلاب	4	3	6	3	5



أ القراءة

ب الغناء ، التمثيل

ج $6 - 5 = 1$

ملاحظات على مخطط الأعمدة البيانية

يستخدم مع البيانات الوصفية أو العددية .

يمكن إعادة ترتيب الأعمدة .

توجد فراغات متساوية بين الأعمدة .

يظهر القيم الحقيقية للبيانات العددية .

الجدول التكراري ذي المجموعات وتمثيله بالمدرج التكراري

مثال [2] فيما يلي درجات طلاب أحد فصول في اختبار الرياضيات

18	56	4	54	36	46	34	45	51	40	8
55	42	28	50	48	14	47	25	48	45	36
50	48	23	19	59	46	38	30	37	40	20

قم بتنظيم البيانات ، ومثلها بمدرج تكراري

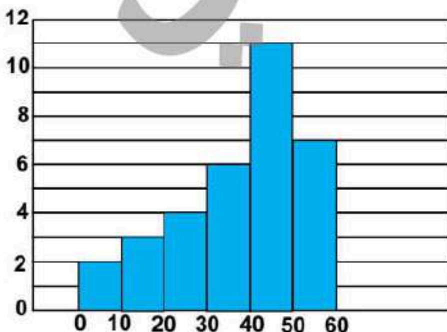
الحـــــل

المدى : $59 - 4 = 55$

طول المجموعة ليكن 10

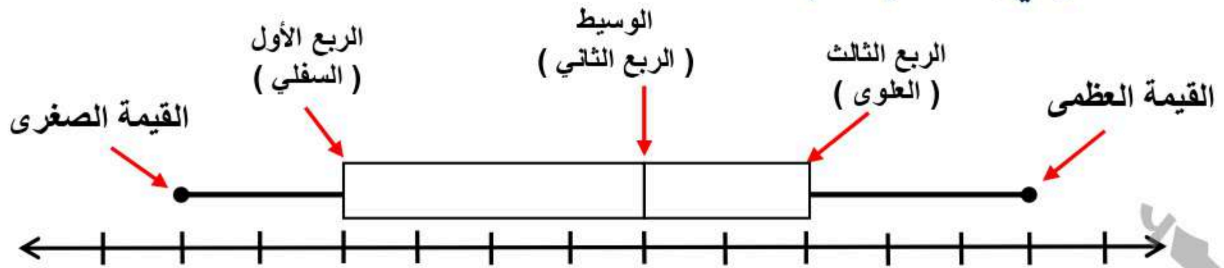
نكون الجدول التكراري

الدرجات	0 –	10 –	20 –	30 –	40 –	50 –
التكرار	2	3	4	6	11	7



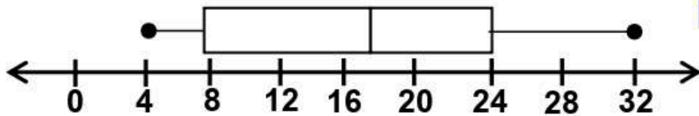
لاحظ أن : لا يظهر المدرج التكراري القيم الحقيقية للبيانات

المخطط الصندوقي باستخدام القيم الخمسة



لاحظ أن : لا يظهر المخطط الصندوقي القيم الحقيقية ولكنه أسهل في إيجاد الوسيط والربيع الأول والثالث

تدريب [1] لاحظ المخطط الصندوقي التالي ، ثم أكمل :



1 الحد الأدنى هو .... 2 الحد الأعلى هو ....

3 الوسيط هو .... 4 الربع الأول ؟ .... 5 الربع الثالث ؟ ....

مخطط الساق والأوراق هو طريقة لعرض البيانات العددية وهي تعتمد علي القيمة المكانية لكل رقم في البيانات عن طريق فصل آخر رقم على اليمين وباقي أرقام العدد لتكون الساق

لاحظ أن : يظهر مخطط الساق والأوراق القيم الحقيقية للبيانات وبطريقة مرتبة

مثال [1] من مخطط الساق والأوراق المقابل :

أ أكتب البيانات

ب أوجد المنوال والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث

الأوراق	الساق
2 3	23
1 5 6	24
0 1	25
2 2	26
المفتاح	2 | 23 تعني 232

الحـــــل

أ البيانات هي

262	262	251	250	246	245	241	233	232

ب المنوال = 262 الوسيط = 246

الربع الأول = $\frac{241 + 233}{2}$ = 237 الربع الثالث = $\frac{262 + 251}{2}$ = 256.5

لاحظ أن : يظهر كل من مخطط التمثيل بالنقاط ومخطط الأعمدة البيانية القيم الحقيقية للبيانات

مثال [1] من مخطط الساق والأوراق المقابل :

الأوراق	الساق
1 1 2	84
2 8	86
0 1 4	87
2 4 6	88
المفتاح	2 | 86 تعني 86.2

أ أكتب البيانات

ب أوجد المنوال والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث

أ البيانات هي

84.1	84.1	84.2	86.2	86.8	87	87.1	87.4	88.2	88.4	88.6

ب المنوال = 84.1   الوسيط = 87

الربيع الأول = 84.2   الربيع الثالث = 88.2

تدريب [1] من مخطط الساق والأوراق المقابل :

أوجد المنوال والوسيط والربيع الأول والربيع الثالث

الأوراق	الساق
1 1 2	2
2 3	3
2 2 2	4
1 3 5	5
المفتاح	3 | 2 تعني 2.3

1 المنوال = ...

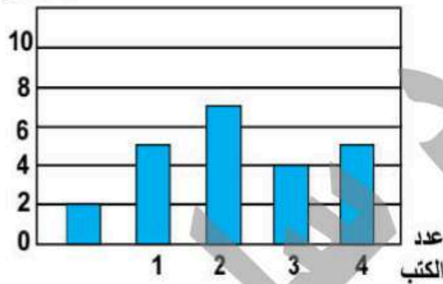
2 الوسيط = ...

3 الربيع الأول = ...

4 الربيع الثالث = ...

تدريب [1] من مخطط الأعمدة البيانية المقابل

الذي يوضح عدد الكتب التي قرأها طلاب فصلك في الشهر الماضي



1 عدد الطلاب الذين قرأوا ثلاثة كتب = ...

2 عدد الطلاب الذين قرأوا أقل من ثلاثة كتب = ...

3 عدد طلاب الفصل = ...

تدريب [1] من مخطط الساق والأوراق المقابل

الذي يمثل مجموع درجات بعض الطلاب

الأوراق	الساق
3 5	25
0 1 1 3	26
2 3 5	27
8 9	28
المفتاح	0 | 26 تعني 260

عدد الطلاب الذين حصلوا علي أكثر من 270 درجة = ...

عدد الطلاب الذين حصلوا علي أقل من 260 درجة = ...

المنوال = ...   الوسيط = ...   الربيع الأول = ...   الربيع الثالث = ...

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين القوسين :

1 .... يصلح لتمثيل البيانات الوصفية

(مخطط التمثيل بالنقاط ، المدرج التكراري ، مخطط الساق والأوراق ، التمثيل بالأعمدة)

---

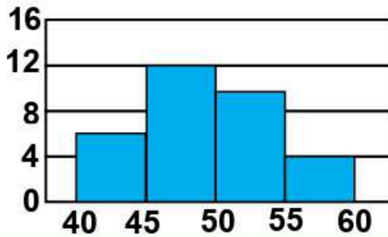
2 أي من المخططات الآتية لا تظهر البيانات الحقيقية ؟

(مخطط التمثيل بالنقاط ، المدرج التكراري ، مخطط الساق والأوراق ، التمثيل بالأعمدة)

---

3 من المدرج التكراري الآتي :

عدد التكرارات في الفترة – 50 هو ....



(12 ، 8 ، 10 ، 9)

---

4 من مخطط الساق والأوراق المقابل :

الوسيط هو ....

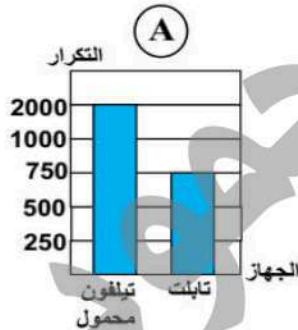
الساق	الأوراق
0	9
1	0 2 2 2 3 4 5 6 6
2	0 1 1 5 7 8 9
3	1 2 3
المفتاح	1 | 3 تعني 31

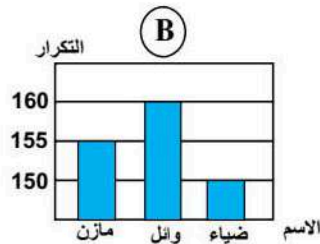
(16 ، 17 ، 18 ، 20)

---

5 المخططان البيانيان الآتيان أحدهما يمثل أطوال ثلاثة أصدقاء والآخر يمثل ما يملكه موظفو شركة ما من اجهزة التابلت أو التليفون المحمول

أي المخططين يعتبر مضللاً ؟





(A فقط مضلل ، B فقط مضلل ، كلاهما مضلل ، كلاهما غير مضلل)

---

6 يعرض التمثيل البياني بـ .... بيانات عددية في صورة فترات

(الأعمدة البيانية ، المدرج التكراري ، مخطط التمثيل بالنقاط ، مخطط الساق والأوراق)

---

7 المدى للقيم الآتية : 10 ، 3 ، 5 ، 6 ، 19 هو ....

(5 ، 10 ، 19 ، 16)

اختبار على الدرس الأول - الوحدة الثالثة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 لرسم المدرج التكراري يجب حساب ....

(الوسيط ، الربيع الأول ، المدى ، الربيع الثالث)

2 لتمثيل عدد كبير جداً من البيانات نستخدم التمثيل البياني بـ ....

(مخطط النقاط ، المدرج التكراري ، الأعمدة ، المخطط الصندوقي)

3 يمكن إيجاد .... مباشرة من مخطط التمثيل بالصندوق

(الوسيط ، أكبر قيمة تكراراً ، أقل قيمة تكراراً ، غير ذلك)

4 أي من المخططات الآتية لا يظهر البيانات الحقيقية ؟

(مخطط التمثيل بالنقاط ، المدرج التكراري ، مخطط الساق والأوراق ، التمثيل بالأعمدة)

5 من مخطط الساق والأوراق المقابل

الوسيط هو ....

(4 ، 23 ، 34 ، 42)

الساق	الأوراق
1	2 3 4
2	1 2 5 5
3	2 4 4 4 7
4	1 2
المفتاح 2 | 3 تعني 32	

6 من مخطط الساق والأوراق المقابل

الوسيط هو ....

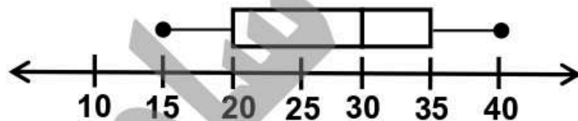
(354 ، 336 ، 337.5 ، 675)

الساق	الأوراق
32	2 4
33	0 2 3
34	2 5 7
35	4 8
المفتاح 2 | 32 تعني 322	

7 من المخطط الصندوقي المقابل

المدى هو ....

(30 ، 40 ، 25 ، 20)



الوحدة الثالثة

الدرس الثاني – الوسط الحسابي

مقاييس النزعة المركزية

مقاييس النزعة المركزية هي القيم التي تصف مركز تجمع مجموعة من البيانات مثل الوسط الحسابي والوسيط والمنوال .

أولاً : الوسط الحسابي (المتوسط) : هو ناتج قسمة مجموع القيم على عددها

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$

مثال [1] أوجد الوسط الحسابي لكل من القيم التالية

1 7 ، 11 ، 5 ، 6

$\frac{6 + 5 + 11 + 7}{4} = 7.25$

الوسط الحسابي هو 7.25

2 6 ، 7 ، 4 ، 8 ، 10

$\frac{6 + 7 + 4 + 8 + 10}{5} = 7$

الوسط الحسابي هو 7

ثانياً : الوسيط : هو القيمة التي تتوسط مجموعة من القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً

مثال [2] أوجد الوسيط لكل من القيم التالية

1 4 ، 8 ، 3 ، 5 ، 1

القيم مرتبة : 8 ، 5 ، 4 ، 3 ، 1

الوسيط هو 4

2 10 ، 7 ، 4 ، 6 ، 1 ، 3

القيم مرتبة : 10 ، 7 ، 6 ، 4 ، 3 ، 1

الوسيط هو $\frac{4 + 6}{2} = 5$

ثانياً : المنوال : هو القيمة الأكثر تكراراً (شيوعاً) بين مجموعة من القيم

مثال [3] أوجد المنوال لكل من القيم التالية

1 2 ، 3 ، 4 ، 2 ، 5 ، 2 — المنوال هو 4

2 5 ، 7 ، 5 ، 6 ، 7 ، 5 ، 7 — المنوال هو 5 ، 7 (ثنائي المنوال)

3 7 ، 10 ، 2 ، 1 — المنوال : لا يوجد

مثال [4] أجب عما يأتي :

1 إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : $8 , 1 + x , 3 , 4 , 3 + x$ هو 15 أوجد قيمة x :

الحل : $15 = \frac{X + 3 + 4 + 3 + X + 1 + 8}{5}$

$2x + 19 = 75$ $\quad$ $2x = 56$ $\quad$ $x = 28$

2 إذا كان الوسط الحسابي للقيم : $4 , 3 , x + 1 , x - 1 , 4$ هو 4 أوجد قيمة : x

الحل : $4 = \frac{2 + 3 + X + 1 + X - 1 + 4}{5}$

$2x + 9 = 20$ $2x = 11$ $x = 5.5$

تدريب [1] أجب عما يأتي :

1 إذا كان الوسط الحسابي للقيم : $7 , 9 , x , 11$ هو 8 أوجد قيمة : x

الحل : ....

....

2 إذا كان الوسط الحسابي للقيم : $4 , x + 1 , 5$ هو 4 أوجد قيمة : x

الحل : ....

....

تدريب [2] أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم :

أ 4 , 5 , 8 , 10 , 11 , 6 , 5

الحل :

القيم مرتبة : ....

المنوال = ... الوسيط = ...

الوسط الحسابي = ...

ب 19 , 13 , 17 , 11 , 8

الحل :

القيم مرتبة : ....

المنوال = ... الوسيط = ...

الوسط الحسابي = ...

مثال [4] تجتاز سارة خمسة اختبارات ، الدرجة العظمي لكل منها 100 درجة، فإذا كانت درجاتها في ثلاثة اختبارات هي 94 ، 88 ، 81 . ما أقل درجة يمكن أن تحصل عليها في أحد الاختبارين الاخرين للحصول علي متوسط 83 في الاختبارات الخمسة ؟

الحل : اجمالي درجات سارة في الاختبارات الثلاثة = 94 + 88 + 81 = 263 درجة

اجمالي درجات سارة في الاختبارات الخمسة = 5 × 83 = 415 درجة

مجموع الدرجات المتبقية في الاختبارين = 415 – 263 = 152 درجة

أقل درجة يمكن أن تحصل عليها = 152 – 100 = 52 درجة

تدريب [3] فريق لكرة السلة يلعب 5 مباريات ، الحد الأقصى للنقاط في كل مباراة 21 نقطة ، فإذا كانت نقاط الفريق في ثلاثة مباريات هي 16 ، 18 ، 20 . ما أقل عدد من النقاط يمكن أن يحصل عليها الفريق في أحد المباراتين الاخرين للحصول علي متوسط 19 في المباريات الخمسة ؟

الحل : ....

....

....

....

الوسط الحسابي لتوزيع تكراري

يمكن حساب الوسط الحسابي $(\overline{x})$ لتوزيع تكراري فيه كل قيمة x يكون تكرارها f باستخدام الصيغة الرياضية التالية

الرمز Σ (سيجما) ويقرأ مجموع

الوسط الحسابي $(\overline{x}) = \frac{\Sigma (f . x)}{\Sigma f}$

حيث : Σf هو مجموع التكرارات و $\Sigma (f . x)$ هو مجموع حواصل ضرب f في x

---

مثال [5] الجدول التالي يوضح كتل 30 طالب بالكيلو جرام في إحدى المدارس :

عدد الساعات (x)	35	38	42	44	52
التكرار (f)	4	10	8	6	2

أوجد الوسط الحسابي لكتلة الطلاب

الحل :

x	f	$f . x$
35	4	140
38	10	380
42	8	336
44	6	264
52	2	105
المجموع	30	1224

الوسط الحسابي لكتلة الطالب = $\frac{\Sigma (f . x)}{\Sigma f}$

= $\frac{1224}{30}$ = 40.8 كجم

تدريب [4] الجدول التالي يوضح عدد ساعات ممارسة الرياضة في الأسبوع لبعض الطلاب

عدد الساعات (x)	8	9	10	11	12
التكرار (f)	6	8	14	8	4

أوجد الوسط الحسابي لعدد ساعات ممارسة الرياضة

الحل :

x	f	$f . x$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
المجموع	....	....

مثال [6] أكمل ما يلي :

أ إذا كان لمجموعة بيانات : $\Sigma f = 18$ ، $\Sigma (f . x) = 90$ فإن : x = ...

ب إذا كان لمجموعة بيانات : $\Sigma (f . x) = 30$ ، $x = 2$ فإن : Σf = ...

ج إذا كان لمجموعة بيانات : $\Sigma f = 25$ ، $x = 3$ فإن : $\Sigma (f . x)$ = ...

الحل : أ $x = \frac{90}{18} = 5$ ب $\Sigma f = \frac{30}{2} = 15$ ج $(f . x) = 25 \times 3 = 75$

Σ

تدريب [5] الجدول التالي يوضح عدد الدقائق التي تقضيها مجموعة من الأشخاص في المحادثات التليفونية

عدد الدقائق (x)	2	3	4	5	6
التكرار (f)	12	20	36	20	12

أوجد متوسط ما يقضيه الشخص فى المحادثة التليفونية .

الحل :

x	f	$f.x$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
المجموع	....	....

مثال [7] الجدول التالي يوضح عدد الأطفال لمجموعة من الأسر :

عدد الأطفال	0	1	2	3	4
عدد الأسر	20	40	60	80	m

ما عدد الأسر التي لديها 4 أطفال بحيث يكون الوسط الحسابي لعدد الأطفال 3 ؟

الحل

x	f	$f.x$
0	20	0
1	40	40
2	60	120
3	80	240
4	m	4m
المجموع	200 + m	400 + 4m

$$\frac{400 + 4m}{200 + m} = 3$$

$$400 + 4m = 600 + 3m$$

$$4m - 3m = 600 - 400$$

$$m = 200$$

عدد الأسر التي لديها 4 أطفال هي 200 أسرة

تدريب [6] الجدول التالي يوضح عدد ساعات العمل لمجموعة من العمال

عدد الساعات (x)	5	6	7	8	9	10
عدد العمال (f)	12	n	30	39	16	9

أوجد عدد العمال الذين يعملون 6 ساعات بحيث يكون الوسط الحسابي لساعات العمل 7.5 ساعة

الحل :

x	f	$f.x$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
المجموع	....	....

مثال [8] حصل طالب علي الدرجات الآتية في خمسة امتحانات 55 ، 60 ، 56 ، 100 ، 59 علماً بأن الدرجة العظمي للامتحان الواحد 100 أوجد الوسط الحسابي والوسيط لدرجات الطالب ، ثم حدد أي من هذه المقاييس أكثر صدقاً

الحل : الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{59 + 100 + 56 + 60 + 55}{5} =$ 66 درجة

القيم مرتبة : 100 ، 60 ، 59 ، 56 ، 55 الوسيط = 59

المقياس الأكثر صدقاً هو الوسيط لأن البيانات تحتوي على قيمة متطرفة هي (100)

تدريب [7] حصل طالب علي الدرجات الآتية في خمسة امتحانات 40 ، 45 ، 100 ، 50 ، 40 إذا كانت الدرجة العظمي للامتحان الواحد 100 أوجد الوسط الحسابي والوسيط لدرجات الطالب ، ثم حدد أي من هذه المقاييس أكثر صدقاً

....

....

....

مثال [9] إذا كان الوسيط لستة أعداد زوجية متتالية هو 39 . أوجد الوسط الحسابي لأصغر عددين

الحل : نوجد ثلاثة أعداد زوجية متتالية قبل 39 ، ثلاثة أخرى بعد 39

الأعداد هي : 44 ، 42 ، 40 ، 38 ، 36 ، 34

الوسط الحسابي لأصغر عددين = $\frac{34 + 36}{4} = 35$

تدريب [8] إذا كان الوسيط لأربعة أعداد فردية متتالية هو 52 . أوجد الوسط الحسابي لأكبر عددين

....

....

....

مثال [10] يوضح الجدول المقابل مجموعة من رواتب الموظفين بالجنيه في شركة ما ، أكد صاحب الشركة أن متوسط رواتب الموظفين لديه هو 6,500 جنيه . وضح لماذا يكون رواتب الموظفين مضللاً ويعطي انطباعاً أعلى مما هي عليه بالفعل لمعظم الموظفين

رواتب الموظفين	
وظيفة (1)	25,000
وظيفة (2)	4,000
وظيفة (3)	3,000
وظيفة (4)	2,500
وظيفة (5)	2,500
وظيفة (6)	2,000

الحل :

الوسط الحسابي = $\frac{25000 + 4000 + 3000 + 2500 + 2500 + 2000}{6} = 6500$

أي أن صاحب الشركة استخدم مقياس الوسط الحسابي لقياس متوسط الرواتب

وهذا المقياس مضلل لأن هناك قيمة متطرفة (25000 جنيه)

ويجب أن نستخدم الوسيط وهو مقياس أكثر صدقاً ودقة في وجود القيم المتطرفة

الوسيط = $\frac{2500 + 3000}{2} = 2750$

الواجـب المنزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين القوسين :

1 إذا كان الوسيط لثمانية أعداد فردية متتالية هو 22 فإن الوسط الحسابي لأكبر عددين هو ....
(25 ، 26 ، 28 ، 29)

2 إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي 5 وعدد هذه القيم يساوي 5 فإن مجموع هذه القيم = ...
(10 ، 15 ، 25 ، 20)

3 إذا كان لمجموعة البيانات : $\Sigma f = 10$ ، $\Sigma (f \cdot x) = 40$ فإن : .... = $\overline{x}$
(4 ، 30 ، 50 ، 400)

4 إذا نظمت بعض البيانات بمخطط الساق والأوراق المقابل فإن الوسط الحسابي لهذه البيانات = ...

الساق	الأوراق
1	0 2 9
2	4 5 5 6 7
3	4 8

المفتاح 4 | 3 تعني 34

(22 ، 23 ، 24 ، 25)

5 إذا كان الوسط الحسابي لدرجات مجدي خلال 4 اختبارات هو 16 فما الدرجة التي يجب مجدي الحصول عليها في الاختبار الخامس ليكون متوسطه عن الاختبارات كلها 18 درجة ؟
(24 ، 25 ، 26 ، 27)

6 إذا كان لمجموعة من البيانات : $\Sigma (f \cdot x) = 1500$ ، $\overline{x} = 20$ فإن: .... = قيمة Σf
(75 ، 150 ، 300 ، 30,000)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = ...

2 القيمة الأكثر تكراراً بين مجموعة من القيم تسمي ....

3 الوسيط للقيم 4 ، 5 ، 2 هو ....

4 المنوال للقيم : 11 ، 15 ، 14 ، 11 ، 12 ، 11 ، 14 هو ....

5 إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : x ، 5 ، 3 هو 4 فإن : .... = x

6 إذا كان مجموع ثلاثة أعداد 63 فإن الوسط الحسابي لهذه الأعداد يساوي ....

السؤال الثاني : أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم :

أ 20 , 31 , 40 , 20 , 23 , 34

الحل :

القيم مرتبة : ....

المنوال = ...   الوسيط = ...

الوسط الحسابي = ...

ب 5 , 6 , 4 , 7 , 3 , 3 , 8 , 4 , 5

الحل :

القيم مرتبة : ....

المنوال = ...   الوسيط = ...

الوسط الحسابي = ...

السؤال الرابع : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 أربعة أعداد متوسط أول عددين 25 ومتوسط العددين الآخرين 34 فما متوسط الأعداد الأربعة ؟

(27.5 ، 28 ، 29.5 ، 30)

2 إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : x , 6 , $2x + 5$, $x - 4$, $x + 3$ هو 8 ، فإن....... = x

(3 ، 4 ، 5 ، 6)

3 الوسط الحسابي لدرجات 6 تلاميذ هو 79 درجة ، فإذا تمت إضافة درجتي تلميذين جديدين إلى هذه الدرجات زاد الوسط الحسابي إلى 82 درجة فما الوسط الحسابي للتلميذين الجديدين ؟

(81 ، 86 ، 92 ، 91)

4 إذا كان الوسط الحسابي لخمسة أعداد صحيحة هو 16 ، وكان الوسيط 17 والمنوال 13 فما أكبر هذه الأعداد ؟

(18 ، 19 ، 28 ، 13)

5 الوسيط للقيم : 28 ، 24 ، 19 ، 45 ، 27 هو .... (24 ، 27 ، 28 ، 45)

السؤال الخامس : أكمل ما يأتي :

أ الوسط الحسابي للأعداد : 5 , 8 , 9 , 0 , 3 هو ....

ب إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : 2 , 7 , 8 , 9 , 8 , 7 , x هو 6 فإن : .... = x

ج إذا كان الوسط الحسابي للقيم : 6 , x 4 , 9 , $x - 3$, $x + 1$ هو 7.25 فإن : ...... = x

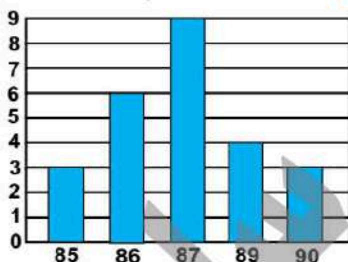
د الوسيط للأعداد : 30 , 17 , 18 , 7 , 15 , 25 هو ....

السؤال السادس : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 حصلت ساندي علي الدرجات : 18 , 17 , 16 , 15 , 18 في خمسة اختبارات لمادة الرياضيات ، إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى فأي مما يأتي صحيح ؟

(المتوسط يقل ، الوسيط يقل ، المتوسط يزداد ، المتوسط لم يتغير)

2 يوضح الشكل المقابل درجات 25 طالباً فما الوسط الحسابي للدرجات ؟



(86 ، 87 ، 87.2 ، 87.5)

3 الأعداد : 18 , 17 , 16 , 15 , 18 تمثل أعداد الأطفال الحاصلين علي تطعيم شلل الأطفال في خمسة أيام ، إذا كان عدد الحاصلين على التطعيم في اليوم السادس هو 95 طفلاً ، فأي العبارات الآتية تكون صحيحة ؟

(الوسيط ينقص ، المنوال يزداد ، المتوسط ينقص ، المتوسط يزداد)

4 الوسط الحسابي للقيم : 6 ، 6 ، 27 ، 32 ، 19 هو .... (90 ، 32 ، 18 ، 6)

اختبـار على الدرس الثاني – الوحدة الثالثة

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين القوسين :

1 إذا كان المنوال للقيم : 15 ، 9 ، x + 1 ، 9 ، 15 هو 9 فإن : x = ...

(8 ، 9 ، 10 ، 11)

2 إذا كان لمجموعة بيانات : $\Sigma(f \cdot x) = 40$ ، $\overline{x} = 4$ فإن : Σf = ...

(4 ، 10 ، 40 ، 60)

3 إذا كان الوسيط لستة أعداد زوجية متتالية هو 35 فإن الوسط الحسابي لأصغر عددين هو ....

(36 ، 34 ، 32 ، 30)

4 إذا كان الوسط الحسابي للأعداد : x ، 3 ، 3 هو 4 فإن : x = ...

(3 ، 4 ، 5 ، 6)

5 حصل سمير علي الدرجات : 90 , 85 , 80 , 35 , 90 في خمسة اختبارات لمادة الرياضيات ، إذا حذفت المعلمة الدرجة الصغرى فأي مما يأتي صحيح ؟

(المتوسط يقل ، الوسيط يقل ، المتوسط يزداد ، المتوسط لم يتغير)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 من مقاييس النزعة المركزية .... و .... و ....

2 إذا كان لمجموعة البيانات : $\Sigma f = 5$ ، $\Sigma(f \cdot x) = 35$ ، فإن : .... = $\overline{x}$

3 إذا كان الوسط الحسابي للقيم : $x + 7$ ، $x + 3$ ، $x + 5$ هو 9 فإن : .... = x

4 إذا كان المدى لمجموعة من القيم يساوى 15 وأكبر قيمة هي 21 فإن أصغر قيمة تساوى.....................

5 الوسط الحسابي للقيمتين 6 ، 4 هو ....

السؤال الثالث : الجدول التالي يوضح المصروف اليومي لطالب خلال اسبوعين

المصروف اليومي (x)	25	29	34	39	55
التكرار (f)	12	20	36	20	12

أوجد متوسط المصروف اليومي لهذا الطالب .

الحل :

x	f	$f \cdot x$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
المجموع	....	....

الوحدة الثالثة

الدرس الثالث – القطاعات الدائرية

القطاع الدائري : هو جزء من سطح الدائرة محصورة بين نصفي قطرين وقوس فيها وهو نوع من أنواع التمثيل البياني ويستخدم في عرض البيانات والمعلومات

لاحظ أن : مجموع النسب في القطاعات الدائرية يساوي 100 %

مجموع الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = 360°

مثال [1] الجدول التالي يوضح النسب المئوية لعدد ساعات المذاكرة الأسبوعية لكل مادة دراسية لأحد الطلاب

المادة الدراسية	اللغة العربية	الرياضيات	اللغة الانجليزية	العلوم	الدراسات الاجتماعية
النسبة	25 %	35 %	15 %	20 %	5 %

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية



الحل : قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة العربية $\frac{25}{100} \times 360° = 90°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الرياضيات $\frac{35}{100} \times 360° = 126°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللغة الانجليزية $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع العلوم $\frac{20}{100} \times 360° = 72°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الدراسات الاجتماعية $\frac{5}{100} \times 360° = 18°$

تدريب [1] الجدول التالي يوضح الرياضة المفضلة لدى بعض الأشخاص

الرياضة	كرة اليد	كرة السلة	كرة القدم	الكرة الطائرة
النسبة	15 %	25 %	40 %	20 %

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

الحل : ....

....

....

....

مثال [2] الجدول التالي يوضح اسهامات أربعة أشخاص (بالألف جنية) في أحد المشروعات

اسم الشخص	إبراهيم	محمود	إسلام	وائل
المبلغ	10	11	6	9

مثل نصيب كل منهم في المشروع باستخدام القطاعات الدائرية

الحل : قياس الزاوية المركزية لقطاع ابراهيم $\frac{10}{36} \times 360° = 100°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع محمود $\frac{11}{36} \times 360° = 110°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع إسلام $\frac{6}{36} \times 360° = 60°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع وائل $\frac{9}{36} \times 360° = 90°$



تدريب [2] الجدول التالي يوضح برامج التليفزيون المفضلة لعدد من الطلاب :

برامج التليفزيون	رياضة	أخبار	مسلسلات	أفلام
عدد الطلاب	15	5	10	30

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

الحل : ....

....

....

....

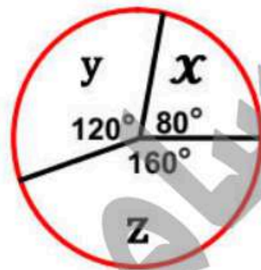
مثال [3] مثل بالقطاعات الدائرية توزيع ثلاثة أنواع مختلفة من السيارات المبيعة في معرض السيارات ذات العلامات العلمية x ، y ، Z حيث $x : y : Z = 2 : 3 : 4$

الحل : مجموع الأجزاء = 4 + 3 + 2 = 9

قياس الزاوية المركزية لقطاع x : $\frac{2}{9} \times 360° = 80°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع y : $\frac{3}{9} \times 360° = 120°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع Z : $\frac{4}{9} \times 360° = 160°$



تدريب [3] يلزم لعمل عجينة البيتزا دقيق وزيت ومياه بنسبة 4 : 3 : 5 مثل بالقطاعات الدائرية مكونات عجينة البيتزا الثلاثة .

الحل : ....

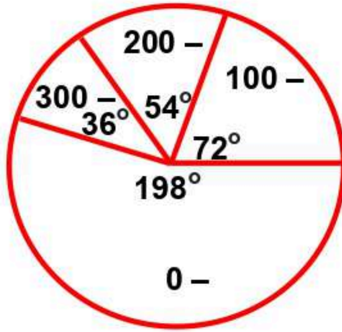
....

....

مثال [4] الجدول التالي يوضح مدخرات مجموعة من الأطفال في إحدى المدارس:

الفترات	0 –	100 –	200 –	300 –
التكرار	22	8	6	4

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية



الحل : قياس الزاوية المركزية للفترة (– 0) $\frac{22}{40} \times 360° = 198°$

قياس الزاوية المركزية للفترة (– 100) $\frac{8}{40} \times 360° = 72°$

قياس الزاوية المركزية للفترة (– 200) $\frac{6}{40} \times 360° = 54°$

قياس الزاوية المركزية للفترة (– 300) $\frac{4}{40} \times 360° = 36°$

تدريب [4] الجدول التالي يوضح درجات بعض الطلاب في أحد الفصول:

الفترات	5 –	10 –	15 –	20 –
التكرار	15	20	60	4

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

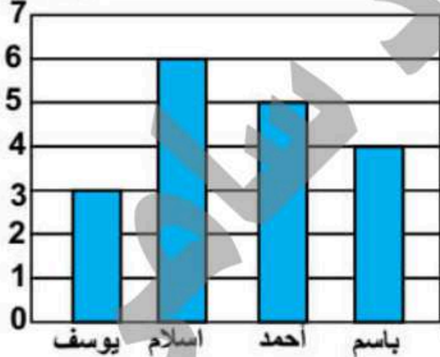
الحل : ....

....

....

....

مثال [5] يمثل مخطط الأعمدة البيانية المقابل
اسهامات أربعة أصدقاء (بالألف جنيه) في مشروع ما
مثل نصيب كل منهم في المشروع باستخدام القطاعات الدائرية



الحل :

الشخص	يوسف	إسلام	أحمد	باسم
نصيب الشخص	3	6	5	4

قياس الزاوية المركزية لقطاع يوسف $\frac{3}{18} \times 360° = 60°$

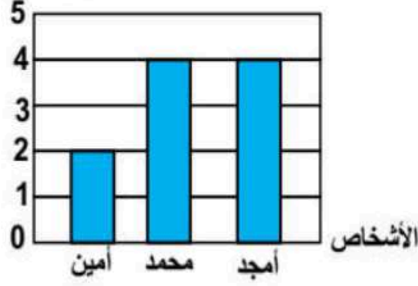
قياس الزاوية المركزية لقطاع إسلام $\frac{6}{18} \times 360° = 120°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع أحمد $\frac{5}{18} \times 360° = 100°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع باسم $\frac{4}{18} \times 360° = 80°$



تدريب [5] يمثل مخطط الأعمدة البيانية المقابل
ما تبرع به ثلاثة أربعة أصدقاء (بالألف جنيه) لأحد المستشفيات العامة
مثل نصيب كل منهم في التبرع باستخدام القطاعات الدائرية



الحل : ....
....
....

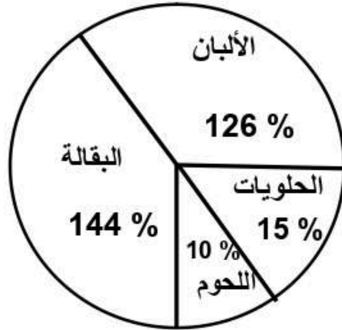
مثال [6] إذا كانت كمية المنتجات المبيعة
في أحد الأسواق التجارية تمثل بالمخطط المقابل
مثل هذه البيانات بمخطط القطاعات الدائرية



الألبان | البقالة | اللحوم | الحلويات

الحل : من الشكل السابق نكون الجدول التالي

برامج التليفزيون	الألبان	البقالة	اللحوم	الحلويات
عدد الطلاب	35 %	40 %	10 %	15 %



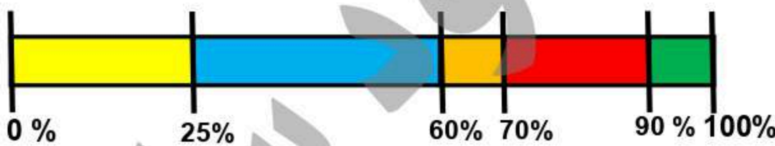
قياس الزاوية المركزية لقطاع الألبان $\frac{35}{100} \times 360° = 126°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع البقالة $\frac{40}{100} \times 360° = 144°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع اللحوم $\frac{10}{100} \times 360° = 36°$

قياس الزاوية المركزية لقطاع الحلويات $\frac{15}{100} \times 360° = 54°$

تدريب [6] إذا كانت الألوان المفضلة لعدد
من الطلاب تمثل بالمخطط التالي



الأصفر | الأزرق | البرتقالي | الأحمر | الأخضر

مثل هذه البيانات بمخطط القطاعات الدائرية

الألوان المفضلة	الأخضر	الأحمر	البرتقالي	الأزرق	الأصفر
النسبة	%	%	%	%	% ....

الحل : ....
....
....
....
....

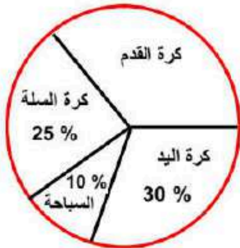
الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : أكمل ما يلي :

1 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة = ...

2 قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري الذي مساحته $\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة = ...

3 الشكل المقابل يمثل نسب توزيع الأنشطة الرياضية للطلاب في مدرسة ما فإذا كان عدد طلاب المدرسة 1,200 طالب فإن :



أولاً : النسبة المئوية للطلاب المشتركين في كرة القدم = ...

ثانياً : عدد الطلاب المشتركين في السباحة = ...

ثالثاً : قياس الزاوية المركزية للقطاع الذي يمثل الطلاب المشتركين في كرة اليد = ...

السؤال الثاني : يمثل مخطط القطاعات الدائرية المقابل نتائج استبيان المادة الدراسية المفضلة لمجموعة من الطلاب وكان بينهم 700 طالب يفضلون العلوم



1 النسبة المئوية لقطاع اللغات هو .... (6% ، 8% ، 9% ، 12%)

2 عدد الطلاب الذين شملهم الاستبيان هو .... (210 ، 700 ، 1,400 ، 2,000)

3 عدد الطلاب الذين يفضلون دراسة اللغات هو .... (120 ، 240 ، 320 ، 480)

السؤال الثالث : الجدول التالي يوضح النسب المئوية لإنتاج بعض الأجهزة المنزلية لأحد المصانع

الجهاز	الثلاجة	الغسالة	البوتاجاز	التليفزيون
النسبة المئوية	30 %	15 %	40 %	25 %

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

الحل : ....

....

....

....

السؤال الرابع : الشكل المقابل يوضح الفاكهة المفضلة لعدد 150 طالباً . من هذا المخطط أوجد :

1 عدد الطلاب الذين يفضلون الخوخ : ....

2 عدد الطلاب الذين لا يفضلون البرتقال : ....

3 قياس الزاوية المركزية لقطاع الموز : ....



السؤال الخامس : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :



1 في استبيان شمل 2,000 بنت عن هواية واحدة تفضلها كما هو موضح بمخطط القطاعات الدائرية المقابل

أولاً : أي هواية تمارسها البنات أكثر من غيرها ؟

(الرسم ، الموسيقى ، السباحة ، القراءة)

ثانيا : ما قياس الزاوية المركزية التي تقابل قطاع القراءة ؟ (35° ، 45° ، 86° ، 104°)

ثالثاً : ما الهواية التي تمارسها $\frac{1}{4}$ البنات تقريباً ؟ (الرسم ، الموسيقى ، السباحة ، القراءة)



2 يوضح مخطط القطاعات الدائرية المقابلة

عدد الكتب التي قرأها 300 طالب في المدرسة

ما عدد الطلاب الذين قرأوا أقل من 4 كتب ؟ (51 ، 77 ، 231 ، 282)

---

3 عند تمثيل الجدول التالي بمخطط القطاعات الدائرية ، فما قياس الزاوية المركزية التي تقابل قطاع القهوة ؟

نوع المشروب	القهوة	الشاي	العصائر
عدد الأشخاص	150	350	100

(45° ، 90° ، 120° ، 150°)



4 يمثل الشكل التالي القطاعات الدائرية لمصروفات أسرة

دخلها الشهري 12,000 جنيه ، فإن مقدار المصروفات الشهرية

علي العلاج يساوي .... جنيها

(120 ، 1,200 ، 2,400 ، 3,000)



السؤال السادس : يمثل المخطط البياني المقابل بث قناة تليفزيونية لمدة 10 ساعات في أحد الأيام . **أكمل ما يلي**

أ النسبة المئوية لعدد ساعات بث البرامج الترفيهية هي ....

ب قياس الزاوية المركزية في قطاع البرامج الثقافية هي ....

السؤال السابع : مثل باستخدام القطاعات الدائرية توزيع ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام المبيعة في مكتبة ذات العلامات التجارية x ، y ، z حيث $x : y : z = 3 : 5 : 10$

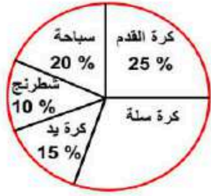
الحل : ....

....

....

اختبار على الدرس الثالث – الوحدة الثالثة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :



1 القطاعات الدائرية المقابلة توضح الأنشطة الصيفية المفضلة لبعض التلاميذ إذا كان عدد الطلاب المشتركين في الأنشطة 160 طالب ، فإن عدد الطلاب الذين اختاروا كرة السلة = ... (32 ، 40 ، 48 ، 52)

2 قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري الذي مساحته $\frac{1}{8}$ مساحة الدائرة = ... (60° ، 45° ، 90° ، 180°)

3 قياس الزاوية المركزية للقطاع الدائري الذي مساحته $\frac{1}{2}$ مساحة الدائرة = ... (60° ، 45° ، 90° ، 180°)

4 المنوال للقيم : 3 ، 7 ، 6 ، 3 ، 7 ، 3 ، 1 هو .... (1 ، 3 ، 6 ، 7)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:



يمثل المخطط المقابل النسب المئوية للسعرات الحرارية التي تناولتها سالي خلال وجبات اليوم .

1 إذا تناولت سالي 2,500 سعر حراري في اليوم فإن عدد السعرات الحرارية التي تناولتها في وجبة العشاء هي ....

2 قياس الزاوية المركزية في قطاع وجبة الإفطار هي ....

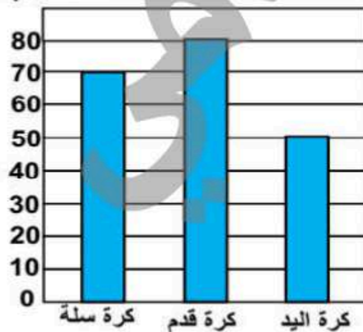
السؤال الثالث : أجب عما يلي:



1 يمثل المخطط المقابل مبيعات أحد المحلات من الأجهزة الكهربائية خلال الخمسة شهور الأولى من السنة . **أجب عما يأتي**

أ إذا كانت المبيعات خلال شهر مايو هي 150 ألف جنيه فما قيمة المبيعات خلال شهر مارس ؟.................................

ب أوجد قياس الزاوية المركزية في قطاع يناير ؟ ....



2 توضح الأعمدة البيانية المقابلة توزيع الطلاب في الأنشطة الصيفية حسب رغباتهم أكمل الجدول التالي . ثم مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية

النشاط	كرة سلة	كرة قدم	كرة يد
النسبة	%	%	% ....

الحل : ....

....

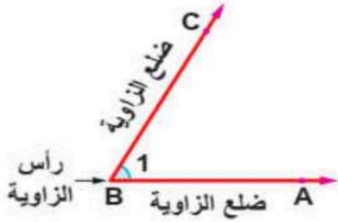
....

الوحدة الرابعة

الدرس الأول – أنواع الزوايا والعلاقات بين الزوايا

الزاوية : هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية .

نقطة بداية الشعاعين تسمى رأس الزاوية   كل من الشعاعين يسمى ضلع الزاوية



في الشكل المقابل

$\overrightarrow{BA} \cup \overrightarrow{BC} = \angle ABC$

وتسمي $\angle ABC$ أو $\angle CBA$ أو $\angle B$ أو $\angle 1$

قياس الزاوية

تستخدم المنقلة في قياس الزاوية ، وتقاس الزاوية بوحدة الدرجة (°)

مثال قياس $\angle DBC$ في الشكل المقابل $50°$ وتكتب $m(\angle DBC) = 50°$

تقسم الدرجة إلى أجزاء أصغر منها هي الدقيقة ($'$) والثانية ($''$) حيث

الدرجة تساوي 60 دقيقة ($1° = 60'$)

الدقيقة تساوي 60 ثانية ($1' = 60''$)

أنواع الزوايا حسب قياسها

① الزاوية الصفرية	② الزاوية الحادة	③ الزاوية القائمة
زاوية قياسها 0° وينطبق ضلعاها	زاوية قياسها أكبر من 0° وأقل من 90°	زاوية قياسها 90°

④ الزاوية المنفرجة	⑤ الزاوية المستقيمة	⑥ الزاوية المنعكسة
زاوية قياسها أكبر من 90° وأقل من 180°	زاوية قياسها 180°	زاوية قياسها أكبر من 180° وأقل من 360°

تدريب [1] اذكر أنواع الزوايا التي قياس كل منها :

أ 66°   ب 120°   ج 90°   د $90° 60'$ هـ 0°

....

ملاحظة : قياس الدائرة يساوي °360 ولذلك قياس A ∠ وقياس A ∠ المنعكسة يساوي °360

مثال [1] إذا كان : °130 = B ∠ أوجد قياس زاوية B ∠ المنعكسة

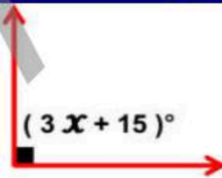
الحل : $m(\angle B) + m(\angle B)$ المنعكسة = °360

فإن : $m(\angle B) + m(\angle B)$ المنعكسة = °130 − °360 = °230

تدريب [2] أكمل الجدول التالي :

m (∠ ABC)	135°	85°	80°	100°	92°	110°	141° 60/°
المنعكسة m (∠ ABC)							

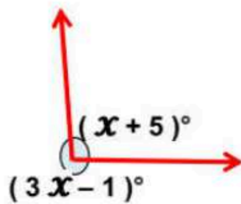
مثال [2] أوجد قيمة x في كل مما يأتي :



الحل : $3x + 15 = 90°$

$3x = 90° - 15° = 75°$

$x = \frac{75°}{3} = 25°$



الحل : $3x - 1 + x + 5 = 360°$

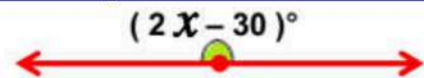
$4x + 4 = 360°$

$4x = 360° - 4 = 356°$

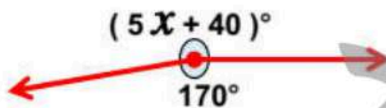
$x = \frac{356°}{4} = 89°$

تدريب [3] أوجد قيمة x في كل مما يأتي :

أ



ب

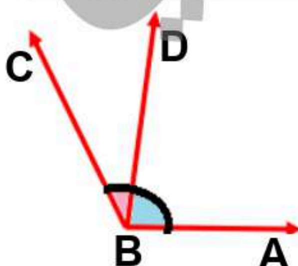


....

....

الزاويتان المتجاورتان

الزاويتان المتجاورتان هما زاويتان تقعان في نفس المستوى ولها رأس مشترك وضلع مشترك ويقع الضلعان الأخران في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك



في الشكل المقابل :

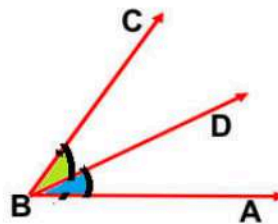
الزاويتان ABD ∠ ، CBD ∠ متجاورتان لأنهما

مشتركان في : الرأس B ، الضلع $\overrightarrow{BD}$

الضلعان $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ في جهتين مختلفتين من الضلع المشترك BD

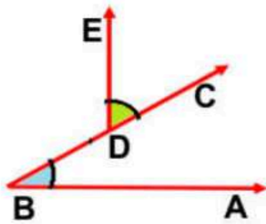
ملاحظات :

في الشكل التالي :



∠ABD ، ∠DBC غير متجاورين
لأن الضلعين BA ، BC في نفس الجهة
من الضلع المشترك BA

في الشكل التالي :



∠ABC ، ∠EDC غير متجاورين
لأنهما غير مشتركين في الرأس
وهما أيضاً غير مشتركين في ضلع

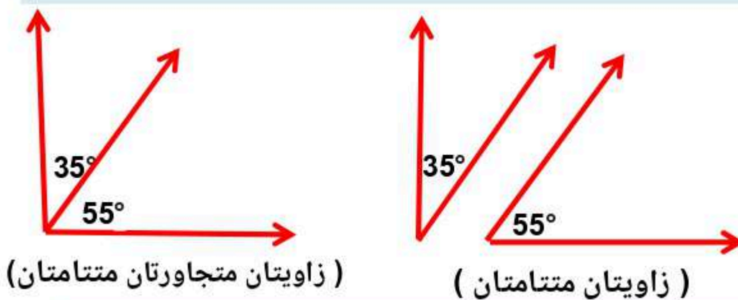
الزاويتان المتتامتان

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي 90°

مثال : في الشكل المقابل

زاويتان قياسيهما 55° ، 35° هما زاويتان متكاملتان

لأن : 55° + 35° = 90°



(زاويتان متجاورتان متتامتان) (زاويتان متتامتان)

ملاحظات :

1 الزاويتان المتتامتان إما ان تكونا زاويتين حادتين و أحدهما صفرية والأخرى قائمة

2 متممات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية في القياس) تكون متساوية في القياس
أي أنه : إذا كان ∠A تتمم ∠B ، ∠C تتمم ∠B فإن : m (∠A) = m (∠C)

تدريب [4] اكتب قياس الزاوية التي تتمم كلاً من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

أ 0° ب 45° ج $12\frac{1}{2}$° د 21° 60/ هـ 88°

....

الزاويتان المتكاملتان

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي 180°

مثال : في الشكل المقابل

زاويتان قياسيهما 143° ، 37° هما زاويتان متكاملتان

لأن : 143° + 37° = 180°



(زاويتان متجاورتان متكاملتان) (زاويتان متكاملتان)

تدريب [5] اكتب قياس الزاوية التي تكمل كلاً من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

أ 100° ب 0° ج 60° د 90° هـ 119° 60/

....

ملاحظات :

1 الزاويتان المتكاملتان إما ان تكون إحداهما منفرجة والأخرى حادة ، أو أن تكون كل منهما قائمة ، أو تكون إحداهما صفرية والأخرى مستقيمة

2 مكملات الزاوية الواحدة (أو الزوايا المتساوية في القياس) تكون متساوية في القياس
أي أنه : إذا كان $\angle A$ تكمل $\angle B$ ، $\angle C$ تكمل $\angle B$ فإن : $m(\angle A) = m(\angle C)$

تدريب [6] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 الزاوية التي قياسها 68° تتممها زاوية قياسها .... (22° ، 125° ، 110° ، 305°)

2 الزاوية التي قياسها 23° تكملها زاوية قياسها .... (23° ، 67° ، 157° ، 337°)

3 إذا كان : $m(\angle x) = m(\angle y)$ ، $\angle x$ تتمم $\angle y$ فإن : $m(\angle y) =$ ....
(90° ، 45° ، 180° ، 360°)

4 إذا كانت : $\angle A$ تتمم $\angle B$ ، $m(\angle A) = \frac{3}{7} m(\angle B)$ ، فإن : $m(\angle B) =$ ....
(10° ، 27° ، 63° ، 126°)

5 إذا كانت : $\angle A$ تكمل $\angle B$ ، $m(\angle A) = 4\, m(\angle B)$ ، فإن : $m(\angle B) =$ ....
(36° ، 18° ، 144° ، 72°)

تدريب [7] أكمل ما يلي :

أ الزاوية التي قياسها 75° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

ب الزاوية التي قياسها .... تتمم زاوية قياسها 67° وتكمل زاوية قياسها ....

ج الزاوية التي قياسها .... تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها 154°

تدريب [8] اكتب قياس الزاوية المنعكسة لكل من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

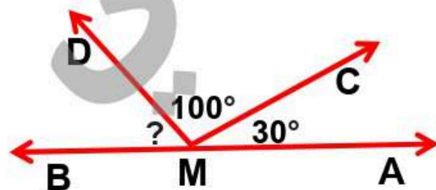
الزاوية	120°	70°	125°	90°	173°
المنعكسة لها	....	....	....	....	....

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم تكونان متكاملتين

مثال [3] في الشكل المقابل :

إذا كان : $M \in AB$ ، $m(\angle AMC) = 30°$
، $m(\angle CMD) = 100°$
، أوجد ، $m(\angle DMB)$

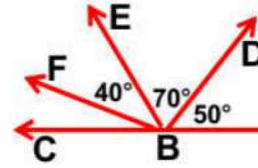
الحل : $m(\angle DMB) = 180° - (30° + 100°) = 50°$



تدريب [9] أجب عما يأتي :

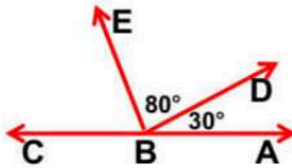
أ في الشكل المقابل

$B \in \overleftrightarrow{AC}$ ، أوجد : $m(\angle FBC)$



ب في الشكل المقابل

$B \in \overleftrightarrow{AC}$ ، أوجد : $m(\angle DBC)$



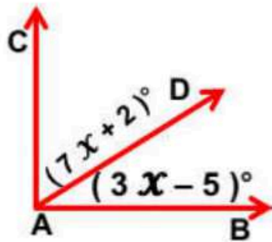
....

....

الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعيهما المتطرفان متعامدان يكونان **متتامتين**

مثال [4] في الشكل المقابل : إذا كان : $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{AB}$

فأوجد قيمة : x



الحل :

$$7x - 2 + 3x + 5 = 90°$$

$$10x - 3 = 90°$$

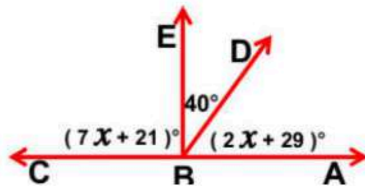
$$10x = 93°$$

$$x = \frac{93°}{10} = 9.3°$$

تدريب [10] في الشكل المقابل

A ، B ، C علي استقامة واحدة

أوجد قيمة : x



....

....

الضلعان المتطرفان لزاويتين متجاورتين

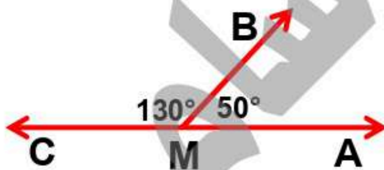
إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين علي استقامة واحدة

مثال : في الشكل المقابل

$\overrightarrow{MA}$ ، $\overrightarrow{MC}$ على استقامة واحدة

لأن : $m(\angle AMB) + m(\angle BMC)$

$= 130° + 50° = 180°$



==

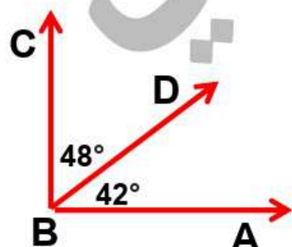
إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان متعامدان

مثال : في الشكل المقابل

$\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ متعامدان

لأن : $m(\angle ABD) + m(\angle DBC)$

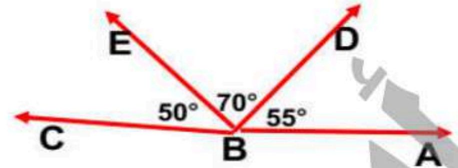
$= 42° + 48° = 90°$



مثال [6] أجب عما يأتي :

1 في الشكل التالي :

هل : $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ على استقامة واحدة ؟



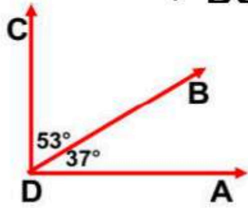
الحل : $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ ليست على استقامة واحدة لأن

$m(\angle ABD) + m(\angle DBE) + m(\angle EBC)$

$= 55° + 70° + 50° = 175° \neq 180°$

2 في الشكل التالي :

هل : $\overrightarrow{DA} \perp \overrightarrow{DC}$ ؟



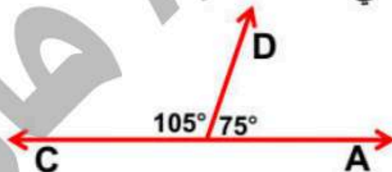
الحل : $\overrightarrow{DA} \perp \overrightarrow{BC}$ لأن

$m(\angle DBC) + m(\angle DBC)$

$= 37° + 53° = 90°$

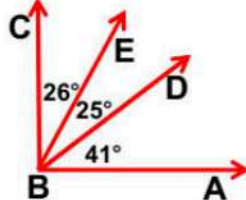
تدريب [11] أجب عما يأتي :

أ في الشكل المقابل



هل $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ علي استقامة واحدة ؟

ب في الشكل المقابل



هل $\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC}$ ؟

....

....

مثال [6] في الشكل المقابل :

$m(\angle FBE) = 90°$ ، $B \in \overleftrightarrow{AC}$

، $m(\angle CBF) = 40°$ ، $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle ABE$

أوجد : $m(\angle ABD)$

الحل : $m(\angle ABE) = 180° - (40° + 90°) = 50°$

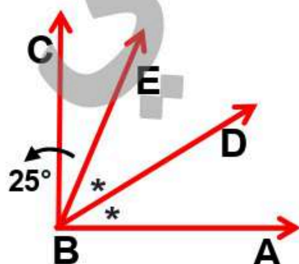
$m(\angle ABD) = \frac{50°}{2} = 25°$

منصف الزاوية هو الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين (متساويتين في القياس)

تدريب [12] في الشكل المقابل

$\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle EBA$

أوجد : $m(\angle DBE)$

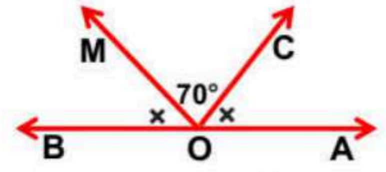


الحل :..

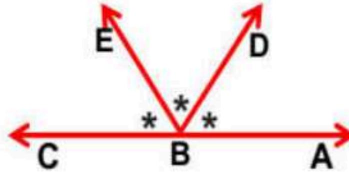
....

....

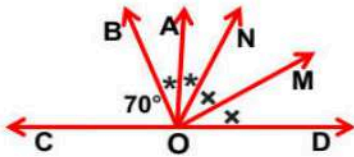
تدريب [13] في كل من الأشكال الآتية أوجد المطلوب أسفل كل شكل :



m (∠ AOM) = ...°



m (∠ DBC) = ...°



m (∠ AOM) = ...°

تدريب [14] اكتب قياس الزاوية المنعكسة لكل من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

الزاوية	33°	50° 20\	65°	98°	167°
المنعكسة لها	....	....	....	....	....

تدريب [15] أكمل ما يلي :

1 الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعهما المتطرفان على استقامة واحدة تكونان ....

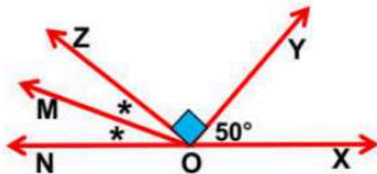
2 إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن ضلعيهما المتطرفين يكونان ....

3 الزاوية التي قياسها 50° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

4 الزاوية الصفرية تتممها زاوية .... وتكملها زاوية ....

5 قياس الزاوية التي تكافئ قائمتين = °........ وتسمي زاوية ....

تدريب [16] في الشكل المقابل :



$O \in \overleftrightarrow{NX}$ ، $\overrightarrow{OM}$ ينصف ∠ NOZ

أوجد : ∠ MOX

....

....

تدريب [17] أكمل ما يلي :

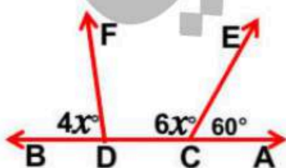
1 إذا كانت : m (∠ A) = 30° ، ∠ A تتمم ∠ B فإن : .... = المنعكسة (∠ B) m

2 الزاويتان المتتامتان المتساويتان في القياس يكون قياس كل منهما ....

3 إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متكاملتين 2 : 7 فإن قياس الزاوية الأكبر تساوي ....

4 إذا كانت : ∠ A تتمم ∠ B ، ∠ B تكمل ∠ C ، m (∠ A) = 32° فإن : .... = m (∠ C)

5 في الشكل المقابل :



إذا كانت : $C \in \overline{AB}$ ، $B \in \overline{AB}$

فإن : .... = m (∠ FDC)

الواجـــب المنــزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين القوسين :

1 الزاوية الحادة تكملها زاوية .... (حادة ، منفرجة ، مستقيمة ، منعكسة)

2 الزاوية القائمة تتممها زاوية .... (حادة ، منفرجة ، صفرية ، مستقيمة)

3 إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين وكان $m(\angle A) = 40°$ فإن : $m(\angle B) =$ .... (40° ، 50° ، 90° ، 140°)

4 الزاوية التي قياسها $34° \ 60'$ تكملها زاوية قياسها .... (55° ، 56° ، 145° ، 146°)

5 إذا كان : $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{BA}$ ، فإن : $m(\angle B) =$ .... (40° ، 90° ، 180° ، 360°)

السؤال الثاني : أكمل ما يلي :

1 الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ....

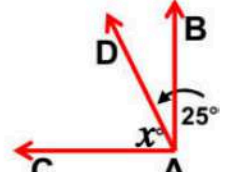
2 إذا كان : $m(\angle x)$ المنعكسة $= 237°$ ، فإن : $m(\angle x) =$ ....

3 الزاوية التي قياسها 30° تتمم زاوية قياسها .... وتكمل زاوية قياسها ....

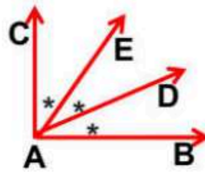
4 الزاوية الحادة تتممها زاوية .... وتكملها زاوية ....

السؤال الثالث : أجب عما يلي

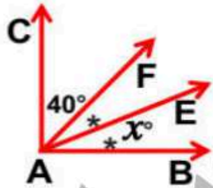
1 في كل من الأشكال الآتية إذا كان AB ⊥ AC فأكمل ما يأتي :



$x =$ ....°



$m(\angle EAD) =$ ....°



$x =$ ....°

2 اكتب قياس الزاوية التي تتمم كلاً من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

الزاوية	60°	17°	30°	1° 60′	90°
متممتها	....	....	....	....	....

3 اكتب قياس الزاوية التي تكمل كلاً من الزوايا التي قياساتها كالتالي :

الزاوية	180°	131°	55°	100°	18°
مكملتها	....	....	....	....	....

اختبار على الدرس الأول – الوحدة الرابعة

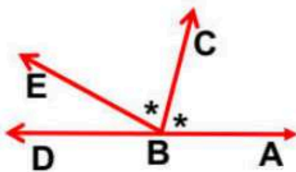
السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 إذا كان : A∠ تكمل B∠ ، A∠ تكمل C∠ فإن : B∠ ، C∠ ....

(متساويتان في القياس ، متتامتان ، متكاملتان ، متجاورتان)

2 إذا كان : m (∠A) = m (∠B) ، A∠ تكمل B∠ فإن : .... = m (∠B)

(30° ، 45° ، 90° ، 180°)



3 إذا كانت : $B \in \overleftrightarrow{AD}$ وكان $\overrightarrow{BC}$ ينصف ABE∠

m (∠EBA) = 150° ، فإن .... = m (∠DBC)

(150° ، 105° ، 75° ، 30°)

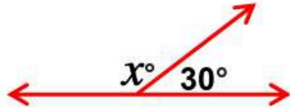
4 المنصفان لزاويتين متجاورتين ومتكاملتين ....

(متعامدتان ، متوازيتان ، منطبقان ، يحصران بينهما زاوية حادة)

5 m (∠A) + المنعكسة m (∠A) يساوي قياس ....

(قائمة ، قائمتان ، 4 قوائم ، 4 قوائم)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:



1 في الشكل المقابل : قيمة x = ...

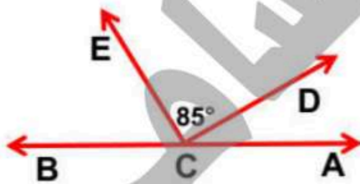
2 قياس الزاوية المنعكسة أكبر من .... وأقل من ....

3 الزاوية المستقيمة تكملها زاوية ....

4 إذا كان BD ⊥ BA فإن .... = m (∠ABD)

5 الزاوية التي قياسها 50° هي زاوية ....

السؤال الثالث : أجب عما يلي:



1 في الشكل المقابل :

إذا كانت : m (∠ACD) : m (∠ECB) = 2 : 3

فأوجد : أ m (∠ACE) ب m (∠DCB)

....

....

2 زاويتان متتامتان النسبة بين قياسيهما 7 : 5 أوجد قياس الزاوية الصغرى ؟

....

....

....

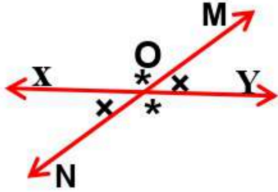
الوحدة الرابعة

الدرس الثاني – تابع العلاقات بين الزوايا

الزاويتان المتقابلتان بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورين ناتجان من تقاطع مستقيمين

فمثلا : في الشكل المقابل



الزاويتان $\angle$ MOY ، $\angle$ XON متقابلتان بالرأس

الزاويتان $\angle$ MOX ، $\angle$ YON متقابلتان بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان (متساويتان في القياس)

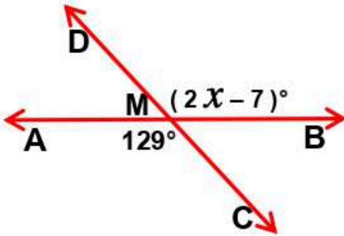
أي أن : $m(\angle MOY) = m(\angle XON)$ ، $m(\angle MOX) = m(\angle YON)$

ملادحظات

إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متتامتين فإن قياس كل منهما يساوي $45°$

إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متكاملتين فإن قياس كل منهما يساوي $90°$

مثال [1] في الشكل المقابل :



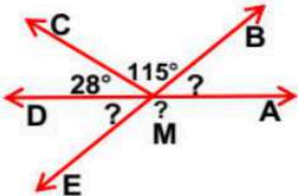
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$ أوجد : قيمة x

الحل : $2x - 7° = 129°$ (بالتقابل بالرأس)

$2x = 129° + 7° = 136°$

$x = 68°$

مثال [2] في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{BE} \cap \overleftrightarrow{AD} = \{ M \}$

أوجد : $m(\angle AMB)$ ، $m(\angle DME)$ ، $m(\angle AME)$

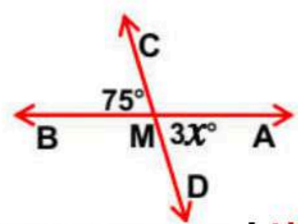
الحل : $m(\angle AMB) = 180° - (115° + 28°) = 37°$

$m(\angle DME) = m(\angle AMB) = 37°$ (بالتقابل بالرأس)

$m(\angle AME) = 180° - 37° = 143°$

تدريب [1] أوجد : قيمة x في كل شكل من الأشكال التالية

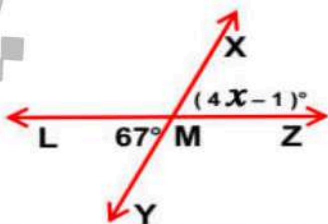
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$



الحل : ....

....

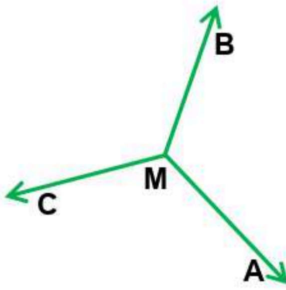
LZ $\cap$ XY = { M }



الحل : ....

....

الزوايا المتجمعة حول نقطة



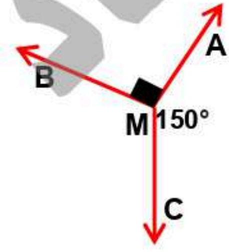
مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي 360°

أي أن :

m (∠ AMB) + m (∠ BMC) + m (∠ CMA) = 360°

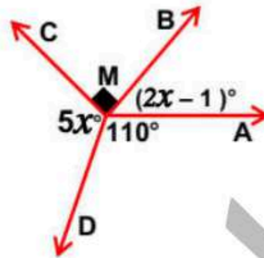
مثال [3] أوجد قيمة ما هو مطلوب في كل شكل :

1 أوجد m (∠ BMC)



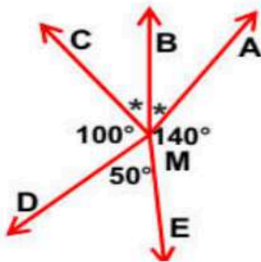
m (∠ BMC) =
360° – (90° + 150°)
m (∠ BMC) = 120°

2 أوجد قيمة x



$2x - 1° + 90° + 5x + 110° = 360°$
$7x + 199° = 360°$
$7x = 161°$
$x = 23°$

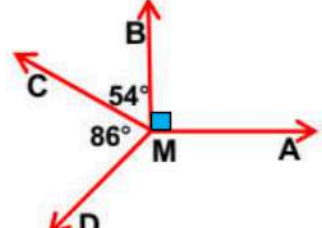
3 أوجد m (∠ AMB)



m (∠ AMC) =
360° – (50° + 140° + 100°)
m (∠ AMC) = 70°
m (∠ AMB) = 35°

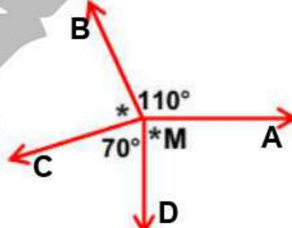
تدريب [2] أوجد قيمة ما هو مطلوب في كل شكل :

1 أوجد m (∠ AMD)



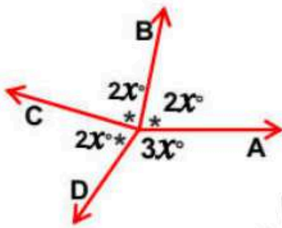
....
....
....

2 أوجد m (∠ AMD)



....
....
....

3 أوجد قيمة x



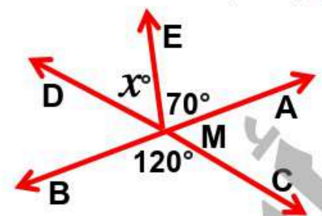
....
....
....

تدريب [3] زاويتان متقابلتان بالرأس قياس إحداهما $(2x)°$ وقياس الأخرى $(x + 28)°$
أوجد قياس إحداهما ؟

الحل : ....
....
....
....

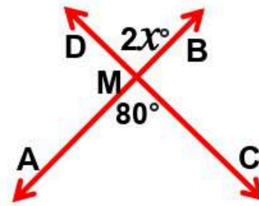
تدريب [4] في كل من الأشكال الآتية أوجد المطلوب أسفل كل شكل :

1 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$



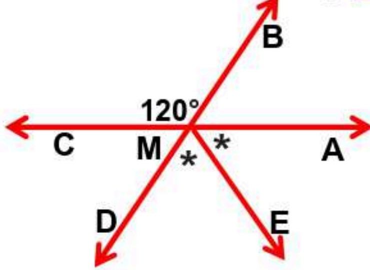
أوجد : قيمة x

2 $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$



أوجد : قيمة x

3 $\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD} = \{ M \}$



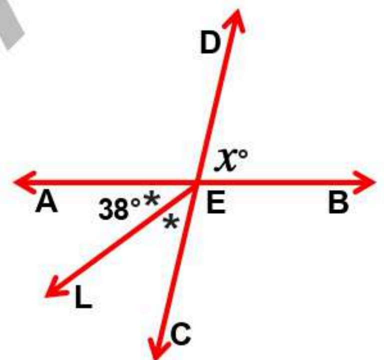
أوجد : m (∠ EMD)

....

....

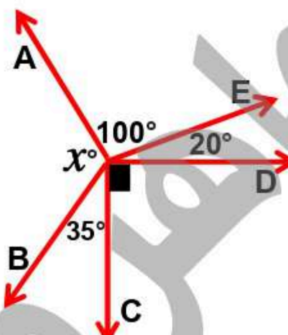
==

4 AB ∩ CD = { E }



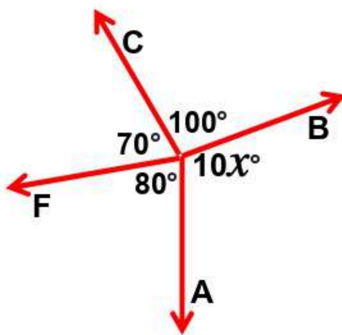
أوجد : قيمة x

5



أوجد : قيمة x

6



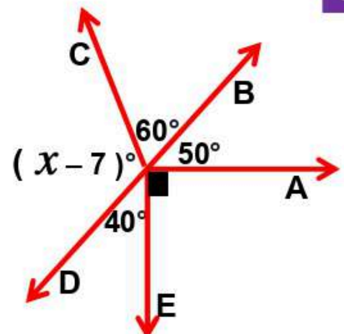
أوجد : قيمة x

....

....

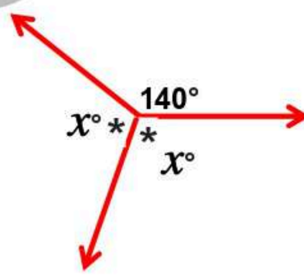
==

7



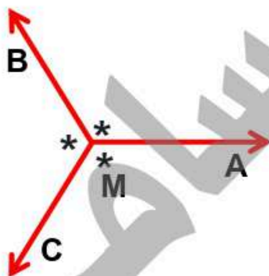
أوجد : قيمة x

8



أوجد : قيمة x

9



أوجد : m (∠ AMC)

....

....

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

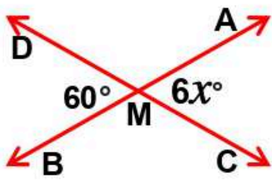
1 الزاوية التي قياسها 60° تقابلها بالرأس زاوية قياسها .... (30° ، 60° ، 90° ، 180°)

2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي قياس ....
(قائمتين ، 3 قوائم ، 4 قوائم ، 5 قوائم)

3 مجموع قياسات 4 زوايا متجمعة حول نقطة .... مجموع قياسات 5 زوايا متجمعة حول نقطة
(< ، > ، = ، غير ذلك)

4 إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متتامتين فإن قياس كل منهما ....
(180° ، 90° ، 50° ، 45°)

5 في الشكل المقابل :
$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{DC} = \{ M \}$



x = ... (6° ، 15° ، 10° ، 30°)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

1 الزاوية هي ....

2 منصف الزاوية هو ....

3 الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما ....

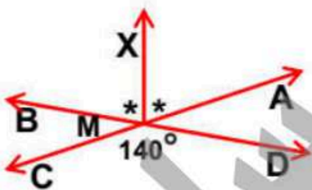
4 إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان ....

5 الزاويتان المتجاورتان اللتان ضلعهما المتطرفان متعامدان تكونان ....

السؤال الثالث : في الشكل المقابل

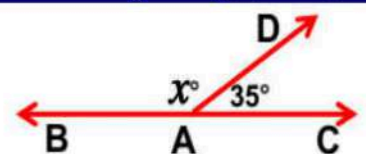
$\overleftrightarrow{AC} \cap \overleftrightarrow{BD} = \{ M \}$ ، $\overrightarrow{MX}$ ينصف $\angle AMB$

أوجد : $m(\angle DMX)$

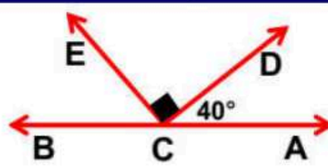


الحل : ....
....
....

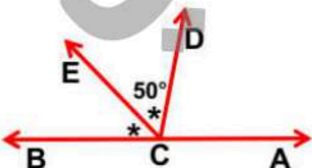
السؤال الرابع : في كل من الأشكال الآتية أوجد المطلوب أسفل كل شكل :



x = ... °



$m(\angle ECB)$ = ...°



$m(\angle ACD)$ = ...°

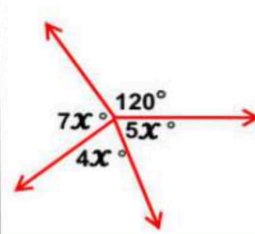
اختبار على الدرس الثاني – الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 في الشكل المقابل :

x = ...

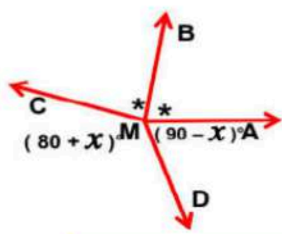
ⓐ 5° ⓑ 15° ⓒ 60° ⓓ 240°



2 في الشكل المقابل :

m (∠ AMB) = ...

ⓐ 190° ⓑ 95° ⓒ 90° ⓓ 80°



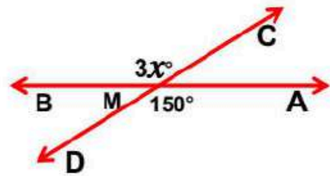
3 الزاوية القائمة تتممها زاوية .... (حادة ، منفرجة ، صفرية ، مستقيمة)

4 إذا كانت النسبة بين قياسات 3 زوايا متجمعة حول نقطة هي 2 : 3 : 4 ، فإن قياس أكبر زاوية = ... (40° ، 80° ، 120° ، 160°)

5 إذا كانت الزاويتان A ، B متتامتين وكان m (∠ A) = 40° فإن قياس ∠ B = ... (40° ، 50° ، 90° ، 140°)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$

فإن : x = ...°

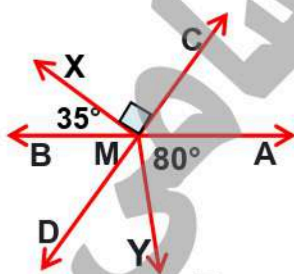
2 الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطة بدايته على هذا المستقيم تكونان ....

3 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي ....

4 إذا كانت : ∠ A ، ∠ B زاويتين متكاملتين ، m (∠ A) = 2 m (∠ B) فإن ...... = m (∠ B)

5 إذا كانت : $m (\angle Y) \frac{1}{2} = m (\angle X)$ ، m (∠ X) = 30° فإن الزاويتين X ، Y تكونان ....

السؤال الثالث : في الشكل المقابل



$\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{ M \}$

أوجد : m (∠ AMD) ، m (∠ DMY) ، m (∠ BMY)

الحل : ....

....

....

الوحدة الرابعة

الدرس الثالث – التـوازي

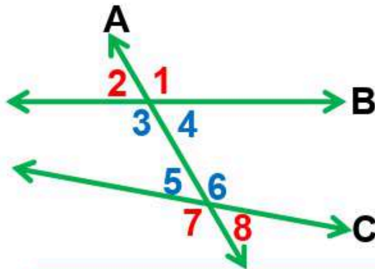
تعلم : – أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين

المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر في نقطتين مختلفتين يسمي ((قاطع))

إذا قطع مستقيم مستقيمين فإنه ينتج من ذلك 8 زوايا

4 زوايا منها تسمى زوايا داخلية وهي التي بين المستقيمين

4 زوايا أخري تسمى زوايا خارجية وهي التي تقع خارج المستقيمين



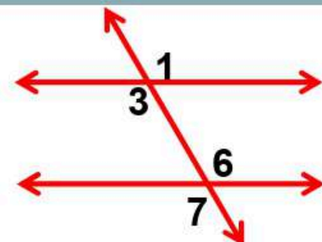
المستقيم A يقطع المستقيمين B ، C

∠3 ، ∠4 ، ∠5 ، ∠6 زوايا داخلية

∠1 ، ∠2 ، ∠7 ، ∠8 زوايا خارجية

العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين

1 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس .

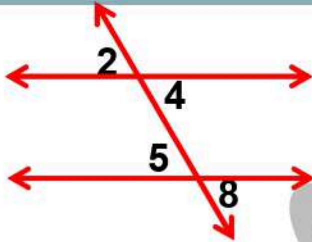


∠1 ، ∠6 متناظرتان

∠3 ، ∠7 متناظرتان

$m(\angle 1) = m(\angle 6)$

$m(\angle 3) = m(\angle 7)$



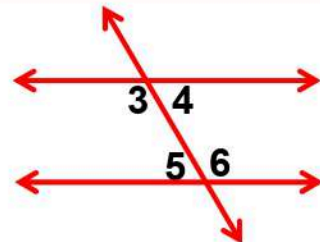
∠2 ، ∠5 متناظرتان

∠4 ، ∠8 متناظرتان

$m(\angle 2) = m(\angle 5)$

$m(\angle 4) = m(\angle 8)$

2 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس .

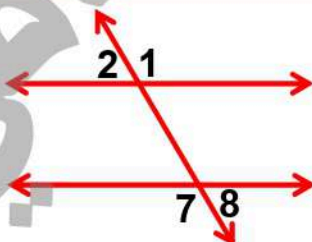


∠3 ، ∠6 متبادلتان داخلياً

∠4 ، ∠5 متبادلتان داخلياً

$m(\angle 3) = m(\angle 6)$

$m(\angle 4) = m(\angle 5)$



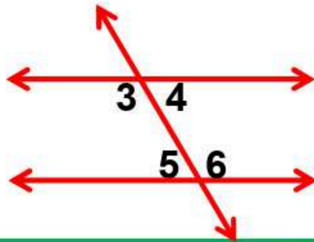
∠1 ، ∠7 متبادلتان خارجيا

∠2 ، ∠8 متبادلتان خارجيا

$m(\angle 1) = m(\angle 7)$

$m(\angle 2) = m(\angle 8)$

3 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان



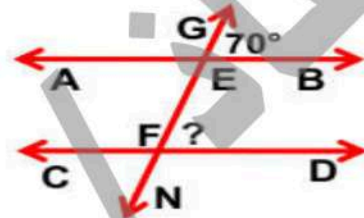
∠3 ، ∠5 داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

∠4 ، ∠6 داخليتان وفي جهة واحدة من القاطع

$m(\angle 3) + m(\angle 5) = 180°$

$m(\angle 4) + m(\angle 6) = 180°$

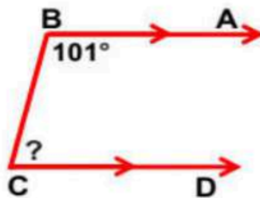
مثال [1] في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الزاوية المشار إليها بعلامة ? :



CD // AB ، GF قاطع لهما

$m(\angle GEB) = m(\angle EFD) = 70°$

زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس



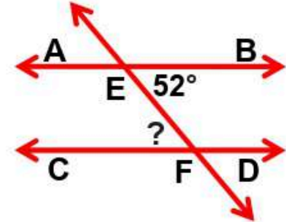
CD // BA ، BC قاطع لهما

$m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$

زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

$m(\angle C) = 180° - 101° = 79°$

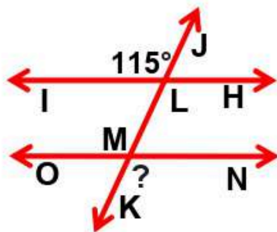
==



CD // AB ، EF قاطع لهما

$m(\angle BEF) = m(\angle EFC) = 52°$

زاويتان متبادلتان داخلياً متساويتان في القياس

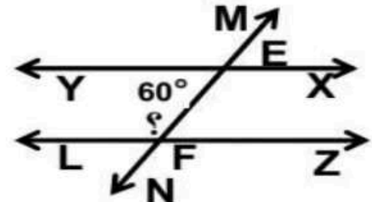


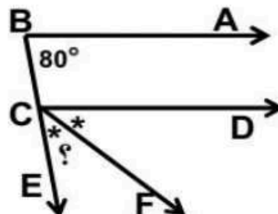
ON // IH ، JK قاطع لهما

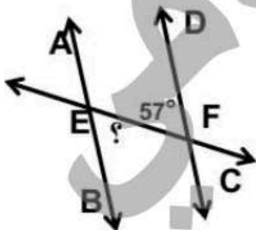
$m(\angle JLI) = m(\angle NMK) = 115°$

زاويتان متبادلتان خارجياً متساويتان في القياس

تدريب [1] في كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الزاوية المشار إليها بعلامة ? :





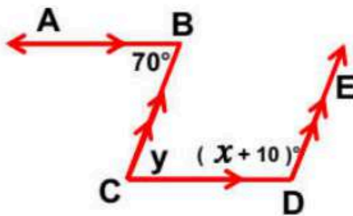


....

....

مثال [2] في الشكل المقابل :

أوجد بالبرهان : قيمة y ، x



البرهان : ∵ AB // CD ، BC قاطع لهما

∴ m (∠ ABC) = m (∠ BCD) = 70° ∴ — زاويتان متبادلتان داخلياً متساويتان في القياس

∴ y = 70°

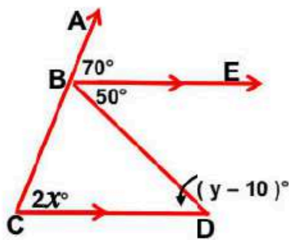
∵ AB // CD ، BC قاطع لهما

∴ m (∠ BCD) + m (∠ CDE) = 180° ∴ — زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع

$70° + x + 10 = 180°$

∴ x = 100°

تدريب [2] في الشكل المقابل :



أوجد بالبرهان : قيمة y ، x

البرهان : ....

....

....

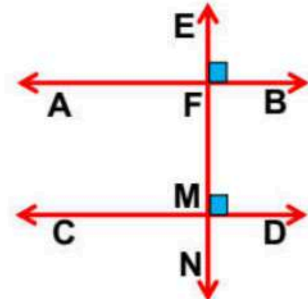
كيف تثبت أن مستقيمين متوازيين :

يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الآتية

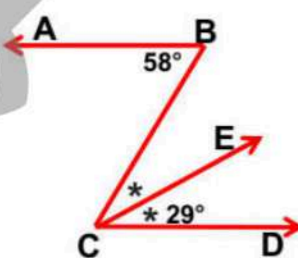
1. زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس
2. زاويتان متبادلتان (داخلياً وخارجياً) متساويتان في القياس
3. زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان

مثال [3] في كل مما يأتي أثبت أن $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$:

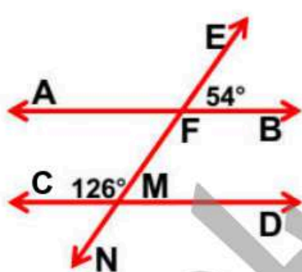
أ



ب



ج



الحل .

أ ∵ m (∠ EFB) = m (∠ FMD) = 90° وهما في وضع تناظر ∴ AB // CD

ب ∵ m (∠ BCD) = 2 × 29° = 58°

∴ m (∠ ABC) = m (∠ BCD) وهما في وضع تبادل داخلياً ∴ AB // CD

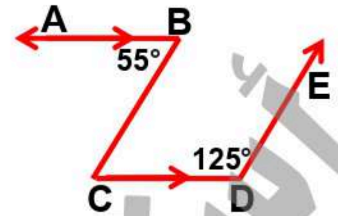
ج ∵ AB ∩ EN = { M } ∴ m (∠ EFB) = m (∠ AFM) = 54° بالتقابل بالرأس

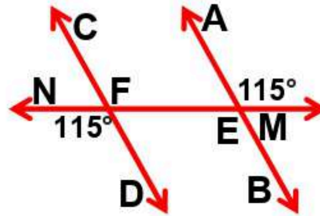
∵ m (∠ CMN) + m (∠ CMF) = 54° + 126° = 180°

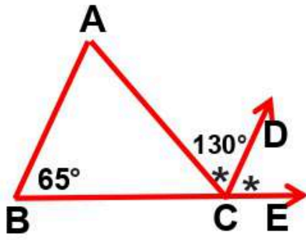
وهما زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع ∴ AB // CD

لاحظ أن : المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى يكون عمودياً علي الآخر

تدريب [3] في كل مما يأتي أثبت أن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$:







....

....

....

مثال [4] في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{ZY} \parallel \overleftrightarrow{MN}$

$\overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CE}$ ، $m(\angle MDC) = (2x - 3)°$

$m(\angle ABY) = (3x + 8)°$

أوجد بالبرهان : قيمة x

العمل : نرسم $\overleftrightarrow{CF}$ موازيا للمستقيمين $\overleftrightarrow{MN}$ ، $\overleftrightarrow{ZY}$

البرهان : $\because$ $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{CF}$ ، $\overrightarrow{CE}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle MDC) = m(\angle DCF) = (2x - 3)°$

زاويتان متبادلتان داخلياً متساويتان في القياس

$\because$ $ZY \parallel CF$ ، CA قاطع لهما

$\therefore m(\angle BCF) = m(\angle ABY) = (3x + 8)°$

زاويتان متناظرتانً متساويتان في القياس

$\because m(\angle ACE) = 90°$

$\therefore m(\angle ABY) + m(\angle BCF) = 90°$

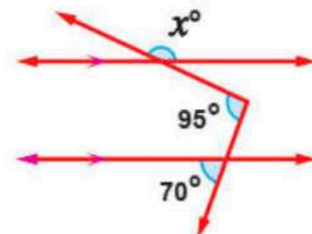
$\therefore 2x - 3° + 3x + 8° = 90°$

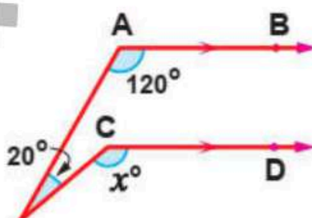
$\therefore 5x + 5° = 90°$

$\therefore x = 17°$

لاحظ أن : إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثا كان هذان المستقيمان متوازيان

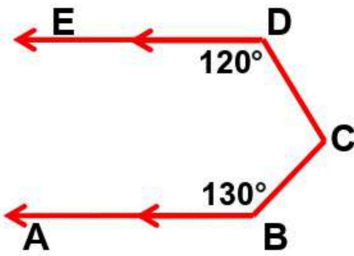
تدريب [4] أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين :





....

تدريب [5] في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{EF}$

m (∠ ABC) = 130° ، m (∠ EDC) = 120°

أوجد بالبرهان : m (∠ DCB)

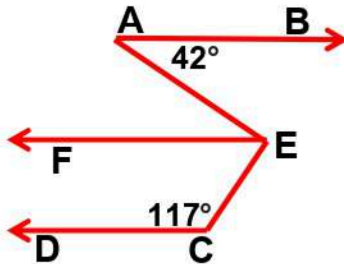
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [6] في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{EF} \parallel \overrightarrow{CD}$

m (∠ A) = 42° ، m (∠ C) = 117°

أوجد بالبرهان : m (∠ AEC)

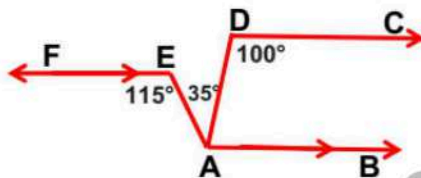
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [7] في الشكل المقابل :



m (∠ E) = 115° ، $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

m (∠ DAE) = 35° ، m (∠ D) = 100° ،

أثبت أن : $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

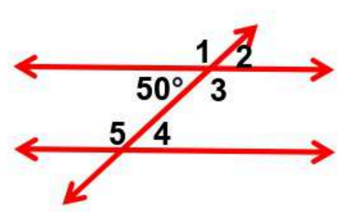
البرهان : ....

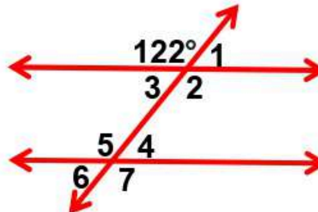
....

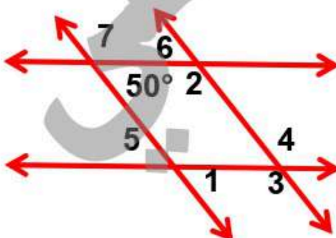
....

....

تدريب [5] أوجد قياسات الزوايا المرقمة في كل شكل مع توضيح السبب :







....

....

....

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : أكمل ما يلي :

1 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين ....

2 إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتجت زاويتان متبادلتان متساويتان في القياس كان المستقيمان ....

3 المستقيمان العموديان علي ثالث في المستوى يكونان ....

4 إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين داخليتين وفي جهة واحدة من القاطع ....

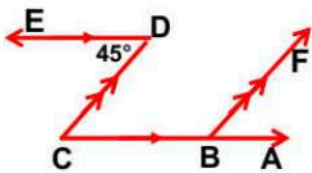
5 إذا قطع مستقيم مستقيمين ونتجت زاويتان متناظرتان متساويتان في القياس كان المستقيمان ....

السؤال الثاني : اختر الإجــابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كانت : L_1 ، L_2 ، L_3 ثلاثة مستقيمات في نفس المستوى ، $L_1 \perp L_2$ ، $L_1 // L_3$

فإن : L_2 .... L_3 ($\perp$ ، // ، ينطبق على ، ينصف)

2 في الشكل المقابل :

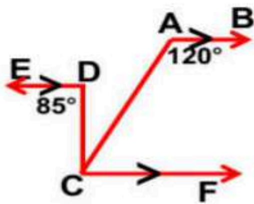


$\overrightarrow{CA} // \overrightarrow{DE}$ ، $\overrightarrow{BF} // \overrightarrow{CD}$

m (∠ ABF) = ...

(45° ، 90° ، 135° ، 40°)

3 في الشكل المقابل :

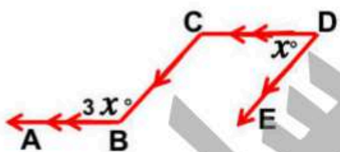


$\overrightarrow{DE} // \overrightarrow{CF} // \overrightarrow{AB}$ ، m (∠ D) = 85° ، m (∠ A) = 120°

m (∠ ACD) = ...

(60° ، 85° ، 25° ، 120°)

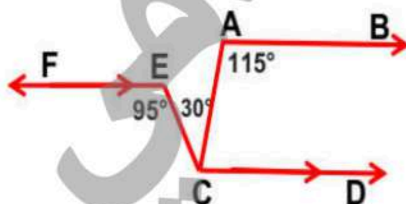
4 في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{BA} // \overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CB} // \overrightarrow{DE}$

فإن : x = ...° (60° ، 45° ، 120° ، 90°)

السؤال الثالث : في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{CD} // \overrightarrow{EF}$ ، m (∠ CEF) = 95°

m (∠ ACE) = 30° ، m (∠ BAC) = 115°

أثبت أن : $\overrightarrow{CD} // \overrightarrow{AB}$

البرهان : ....

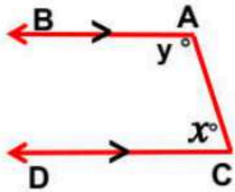
....

....

....

اختبار على الدرس الثالث - الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :



1 في الشكل المقابل : $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

$\frac{x}{y} = \frac{7}{11}$ ،فإن .... = x (60° ، 70° ، 100° ، 110°)

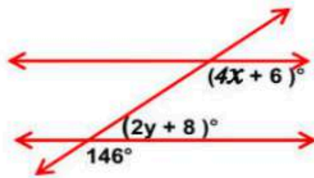
2 إذا كانت : L_1 ، L_2 ، L_3 ثلاثة مستقيمات في نفس المستوى ، $L_1 \parallel L_3$ ، $L_2 \parallel L_3$ فإن : ....

($L_2 \perp L_1$ ، $L_3 \parallel L_1$ ، $L_2 \perp L_1$ ، $L_3 \perp L_2$)

3 الزاوية التي قياسها $34° \, 60'$ تكملها زاوية قياسها .... (55° ، 56° ، 145° ، 146°)

4 قياس الدائرة يساوي .... (180° ، 90° ، 360° ، 170°)

5 في الشكل المقابل :



قيمة : .... = x + y

(48 ، 49 ، 105 ، 93)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

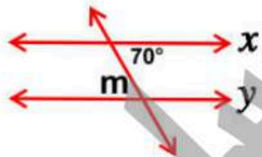
1 .... هو مستقيم يتقاطع مع مستقيمين أو أكثر

2 إذا كانت : ∠ A تتمم ∠ B ، $m(\angle A) = \frac{2}{3} m(\angle B)$ ، فإن : .... = m (∠ B)

3 المستقيم العمودي على أحد مستقيمين متوازيين يكون .... الأخر في المستوى .

4 إذا قطع مستقيم مستقيمين ووجدت زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع متكاملتان كان هذان المستقيمان ....

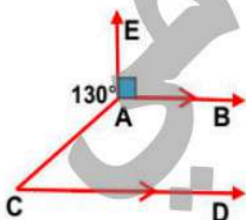
5 في الشكل المقابل :



إذا كان x ، y مستقيمان متوازيان فإن .... = m

السؤال الثالث : أجـب عما يلي:

1 في الشكل المقابل : $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{AB}$ ، m (∠ EAC) = 130°



أوجد بالبرهان : m (∠ EAC) ، m (∠ C)

البرهان : ....

....

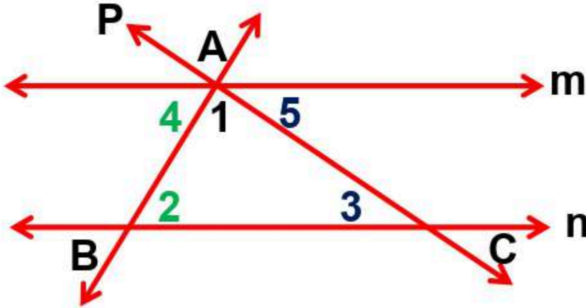
....

....

الوحدة الرابعة

الدرس الرابع – المثـــلث

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مثلث = 180°



المستقيمان m ، n متوازيان

والمستقيم K يقطعهما في A ، B

والمستقيم P يقطعهما في A ، C

∠ 4 ، ∠ 1 ، ∠ 5 يكونون زاوية مستقيمة

m (∠ 4) + m (∠ 1) + m (∠ 5) = 180°

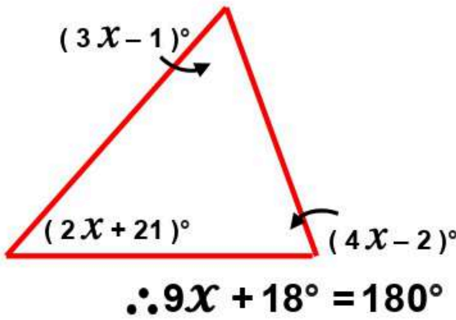
زاويتان متبادلتان m (∠ 4) = m (∠ 2)

زاويتان متبادلتان m (∠ 5) = m (∠ 3)

m (∠ 2) + m (∠ 1) + m (∠ 3) = 180°

مثال [1] في الشكل المقابل

أوجد قيمة المتغير x



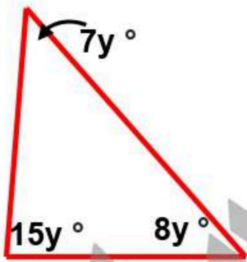
البرهان : ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = 180°

∴ $3x - 1° + 4x - 2° + 2x + 21° = 180°$

∴ $9x + 18° = 180°$ ∴ $9x = 180° - 18° = 162°$ ∴ $x = \frac{162°}{9} = 18°$

تدريب [1] في الشكل المقابل

أوجد قيمة المتغير y



البرهان : ....

....

....

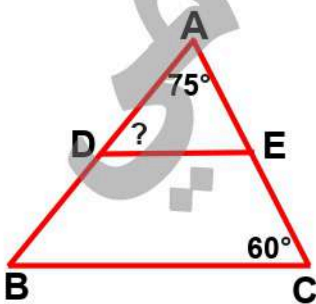
....

مثال [2] في الشكل المقابل

DE // BC

m (∠ A) = 75° ، m (∠ C) = 60°

أوجد بالبرهان : m (∠ ADE)



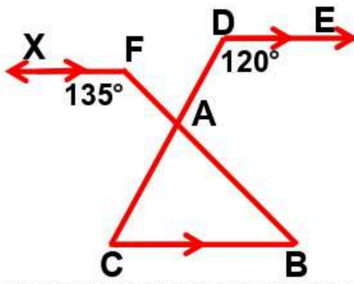
البرهان: ∵ $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ ، $\overleftrightarrow{AC}$ قاطع لهما

∴ m (∠ AED) = m (∠ ACB) = 60° (بالتناظر)

في المثلث ADE : ∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي 180°

∴ m (∠ ADE) = 180° – [75° + 60°] = **45°**

تدريب [2] في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{FX} \parallel \overline{CB}$

، m (∠ F) = 135° ، m (∠ D) = 120°

احسب قياسات زوايا المثلث ABC

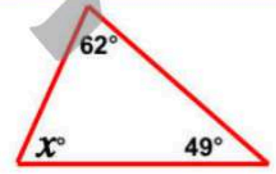
البرهان : ....

....

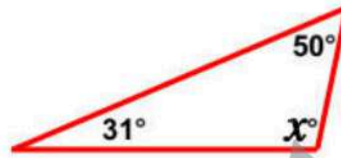
....

....

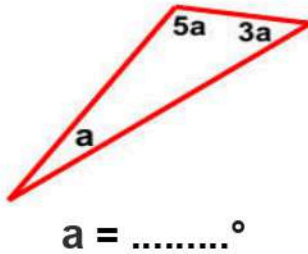
تدريب [3] أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :



x = ... °

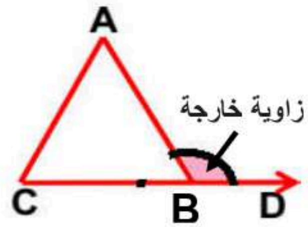


x = ...°



a = ...°

الزاوية الخارجة للمثلث

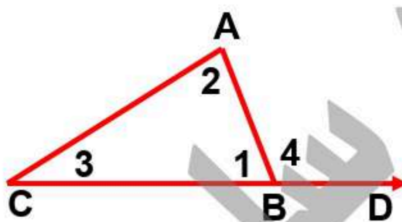


إذا كان : ABC مثلثاً ، $D \in \overrightarrow{CB}$ ، $D \notin \overline{CB}$

فإن : ∠ ABD تسمى زاوية خارجة للمثلث ABC

قاعــدة " قياس الزاوية الخارجة لأي مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين عدا المجاورة لها

في الشكل المقابل



إذا كان : ABC مثلثاً ، $D \in \overrightarrow{CB}$ ، $D \notin \overline{CB}$

فإن : m (∠ ABD) = m (∠ A) + m (∠ C)

ويمكن إثبات ذلك كما يلي :

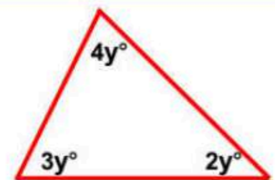
m (∠ 1) + m (∠ 2) + m (∠ 3) = 180° (1)

∵ ∠ 1 ، ∠ 4 تكونان زاوية مستقيمة

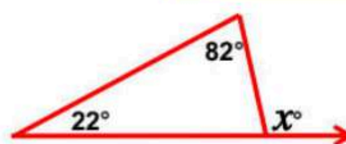
∴ m (∠ 1) + m (∠ 4) = 180° (2)

ومن (1) ، (2) نستنتج أن m (∠ 4) = m (∠ 2) + m (∠ 3)

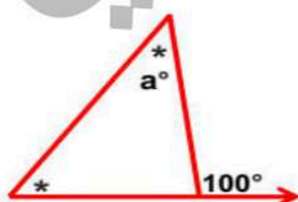
تدريب [4] أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :



y = ... °

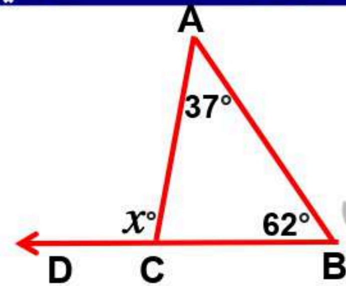


x = ...°



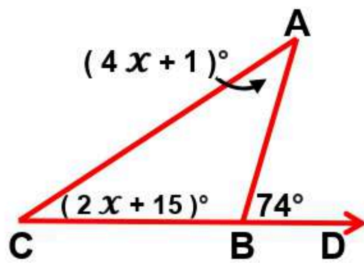
a = ...°

مثال [3] أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :



∵ ACB∠ خارجة عن المثلث ABC

$\therefore x = 72° + 62° = 99°$



∵ ABD∠ خارجة عن المثلث ABC

$\therefore 4x - 1° + 2x + 15° = 74°$

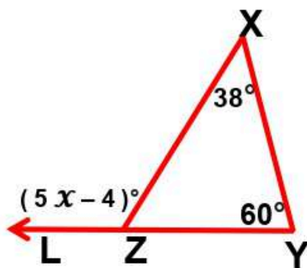
$\therefore 6x + 14° = 74°$

$\therefore 6x = 74° - 14° = 60°$

$\therefore x = \frac{60°}{6} = 10°$

تدريب [5] في الشكل المقابل

YL ∋ Z أوجد قيمة : x

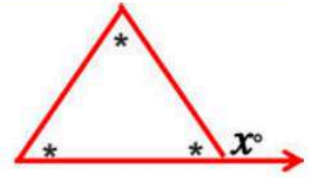


البرهان : ....

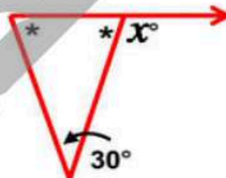
....

....

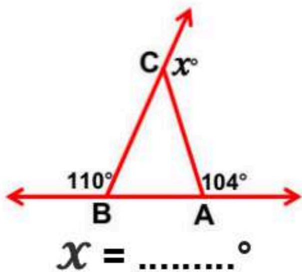
تدريب [6] أوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي :



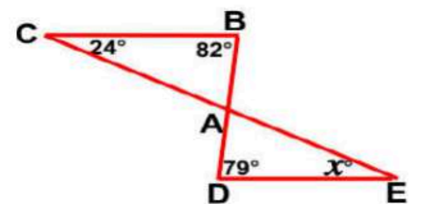
x = ... °



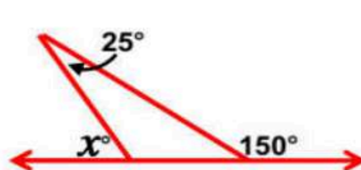
x = ...°



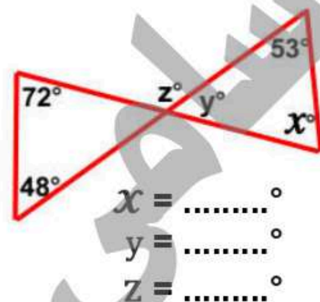
x = ...°



x = ... °



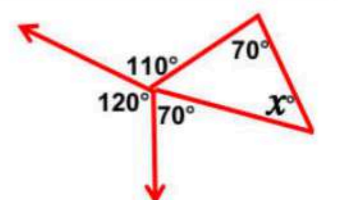
x = ...°



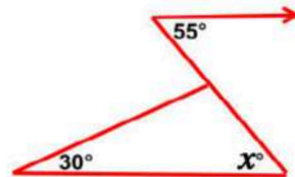
x = ...°

y = ...°

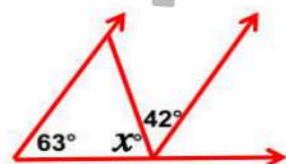
z = ...°



x = ... °

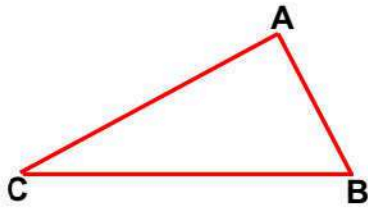


x = ...°



x = ...°

متباينة المثلث : مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث



AB + BC > AC
AB + AC > BC
AC + BC > AB

طول أي ضلع في المثلث أكبر من الفرق بين طول الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما

تدريب [7] أي من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ؟ ولماذا ؟

1 5 سم ، 7 سم ، 12 سم — لا تصلح أن تكون مثلث لأن : 7 + 5 = 12

2 4 سم ، 6 سم ، 11 سم — لا تصلح أن تكون مثلث لأن : 6 + 4 < 12

3 14 سم ، 9 سم ، 7 سم — تصلح أن تكون مثلث لأن : 7 + 9 > 12

تدريب [8] أي من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ؟ ولماذا ؟

1 5 سم ، 7 سم ، 8 سم
2 4 سم ، 9 سم ، 3 سم
3 10 سم ، 6 سم ، 4 سم

....
....

4 15 سم ، 17 سم ، 30 سم
5 3 سم ، 14 سم ، 8 سم
6 6 سم ، 19 سم ، 13 سم

....
....

مثال [5] إذا كان طولا ضلعين في مثلث هما 7 سم ، 3 سم . ما هو أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث ؟

الحل : الفرق بين الضلعين 4 = 3 – 7 مجموع الضلعين 10 = 3 + 7
وبالتالي أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث هو **9 سم**

تدريب [9] إذا كان طولا ضلعين في مثلث هما 8 سم ، 5 سم . ما هو أكبر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث ؟

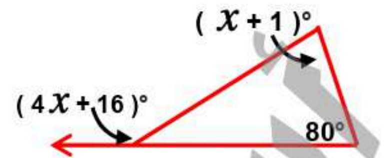
الحل: ....
....

مثال [6] إذا كان ABC مثلثاً فيه طول BC يساوي 9 سم ، أوجد أصغر قيمة صحيحة لمحيط المثلث ABC

الحل: ∵ طول BC يساوي 9 سم ∴ مجموع الضلعين الآخرين أكبر من 9 سم
∴ أصغر قيمة صحيحة لمجموع طول الضلعين AB ، AC هي 10 سم
∴ أصغر قيمة صحيحة لمحيط المثلث 19 سم = 10 + 9

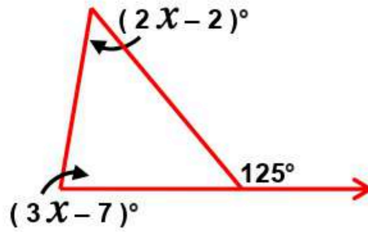
تدريب [10] أوجد قيمة ما هو مطلوب في كل شكل :

1 أوجد قيمة x



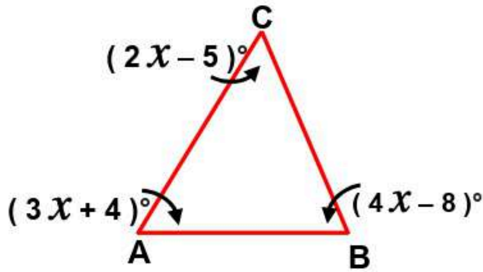
....

2 أوجد قيمة x



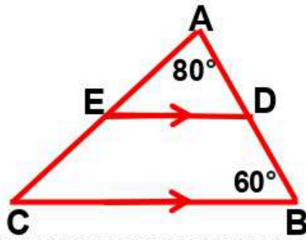
....

3 أوجد $m (\angle B)$



....

تدريب [11] في الشكل المقابل :



ABC مثلث فيه : $m (\angle A) = 80°$ ، $m (\angle B) = 60°$

$\overline{ED} // \overline{CB}$ حيث $D \in \overline{AB}$ ، $E \in \overline{AC}$

أوجد : $m (\angle AED)$ ، $m (\angle DEC)$

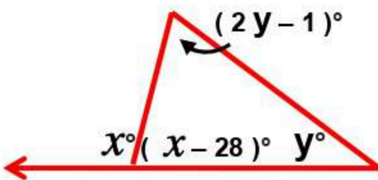
....

....

....

....

تدريب [11] في الشكل المقابل



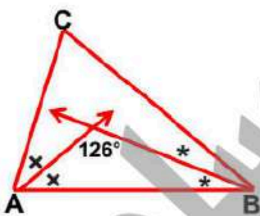
أوجد : x ، y

البرهان : ....

....

....

تدريب [13] في الشكل المقابل



أوجد : $m (\angle C)$

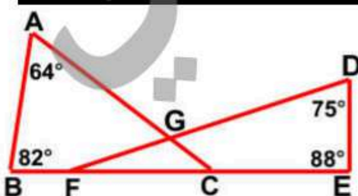
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [14] في الشكل المقابل : إذا كان : $F , C \in \overline{BC}$



أوجد : $m (\angle FGC)$

البرهان : ....

....

....

....

الواجب المنزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 إذا كان مجموع قياسي زاويتين في مثلث يساوي 130° ، فإن قياس الزاوية = ...
(60° ، 50° ، 30° ، 20°)

2 في المثلث $\mathcal{X}$ YZ : إذا كان : m (∠ $\mathcal{X}$) = 50° ، m (∠ Y) = 100° فإن .... = m (∠ Z)
(100° ، 80° ، 50° ، 30°)

3 في المثلث ABC إذا كان : m (∠ A) + m (∠ B) = 110° ، فإن : .... = m (∠ C)
(55° ، 70° ، 90° ، 110°)

4 مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي قياس ....
(زاوية قائمة ، زاوية مستقيمة ، زاوية حادة ، زاوية منعكسة)

5 إذا كان قياسا زاويتين في مثلث هما 30° ، 70° ، فأي مما يلي لا يمكن أن يكون قياسا لزاوية من الزوايا الخارجة عن هذا المثلث ؟
(150° ، 130° ، 110° ، 100°)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

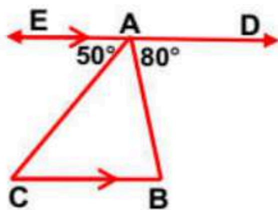
1 قياس الزاوية الخارجة عن المثلث تساوي ....

2 مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة تساوي ....

3 الزاويتان المتقابلتان بالرأس .... في القياس

4 الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين يسمى ....

السؤال الثالث : في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overline{BC}$ ، $A \in \overline{DE}$



m (∠ EAC) = 50° ، m (∠ DAB) = 80°

أوجد بالبرهان : قياسات زوايا المثلث ABC

البرهان : ....

....

....

....

السؤال الرابع : أي من الأطوال التالية تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ؟ ولماذا ؟

1 9 سم ، 5 سم ، 4 سم

2 7 سم ، 6 سم ، 5 سم

3 10 م ، 5 م ، 2 م

....

....

4 10 سم ، 6 سم ، 5 سم

5 8 سم ، 4 سم ، 4 سم

6 12 سم ، 3 سم ، 6 سم

....

....

اختبار على الدرس الرابع – الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 أي الأعداد الآتية لا تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث ؟

ⓐ 4 سم ، 7 سم ، 7 سم   ⓑ 3 سم ، 4 سم ، 7 سم

ⓒ 7 سم ، 7 سم ، 7 سم   ⓓ 9 سم ، 7 سم ، 5 سم

---

2 مثلث متساوي الساقين طولا ضلعين فيه 3 سم ، 7 سم فإن طول الضلع الثالث هو ....

(2 سم ، 4 سم ، 5 سم ، 7 سم)

---

3 مجموع طولي أي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث

(أصغر من ، أكبر من ، يساوي ، نصف)

---

4 إذا كان ABC مثلثاً مختلف الأضلاع فيه طول $\overline{AC}$ هو 3 سم ، وطول $\overline{BC}$ هو 5 سم ، فكم عدد صحيح يمكن أن يكون طول AB ؟

(2 ، 3 ، 4 ، 5)

---

5 في المثلث ABC يكون 1 .... $\frac{AB + BC}{AC}$

($<$ ، $>$ ، $=$ ، $\geqslant$)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مثلث = ... °

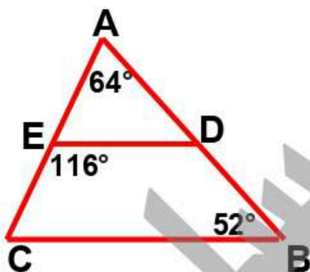
2 قياس الزاوية الخارجة لأي مثلث يساوي مجموع ....

3 في المثلث ABC إذا كان : $m(\angle A) = 70°$ ، $m(\angle C) = 50°$ ، فإن $m(\angle B) =$ .... °

السؤال الثالث : أجب عما يلي:

1 في الشكل المقابل : $D \in \overline{AB}$ ، $E \in \overline{AC}$

أثبت أن : $\overline{ED} \parallel \overline{CB}$



....

....

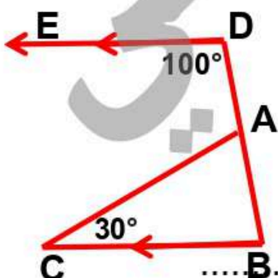
....

....

2 في الشكل المقابل :

$\overline{ED} \parallel \overline{CB}$ ، $A \in \overline{BD}$

أوجد : $m(\angle BAC)$



....

....

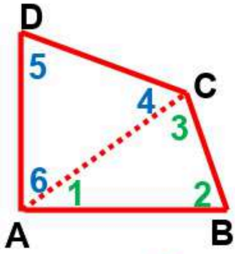
....

....

الوحدة الرابعة

الدرس الخامس – الأشكال الرباعية

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي شكل رباعي = 360°



يمكن التحقق من ذلك برسم أحد أقطار الشكل الرباعي في الشكل ABCD فيكون

في المثلث ABC : (1) $m(\angle 1) + m(\angle 2) + m(\angle 3) = 180°$

في المثلث ACD : (2) $m(\angle 4) + m(\angle 5) + m(\angle 6) = 180°$

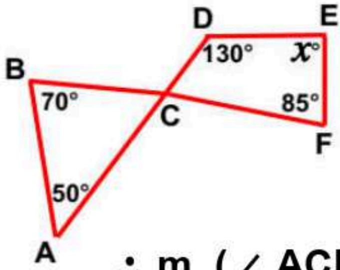
بجمع (1) ، (2) ينتج أن :

$[m(\angle 1) + m(\angle 6)] + m(\angle 2) + [m(\angle 3) + m(\angle 4)] + m(\angle 5) = 360°$

$m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$

مثال [1] في الشكل المقابل

أوجد بالبرهان قيمة x



البرهان : ∵ ABC مثلث

$\therefore m(\angle ACB) + 50° + 70° = 180°$ $\therefore m(\angle ACB) = 180° - 120° = 60°$

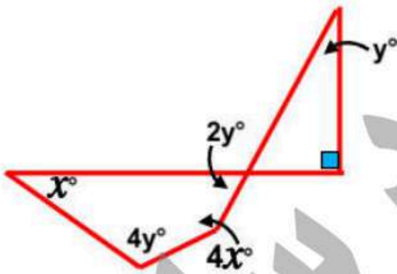
$\because m(\angle DCF) = m(\angle ACB)$ (بالتقابل بالرأس) $\therefore m(\angle DCF) = 60°$

∵ CFED شكل رباعي

$\therefore x + 130° + 85° + 60° = 180°$ $\therefore x = 360° - 275° = 85°$

تدريب [1] في الشكل المقابل

أوجد بالبرهان قيمة x



البرهان : ....

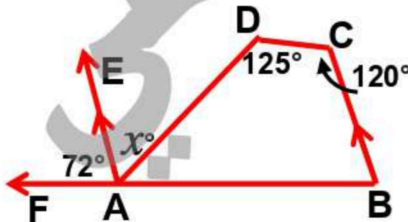
....

....

....

مثال [2] في الشكل المقابل

أوجد بالبرهان قيمة x



البرهان: ∵ $\overline{AE} \parallel \overline{BC}$ ، $\overleftrightarrow{BF}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle FAE) = m(\angle B) = 72°$ (بالتناظر)

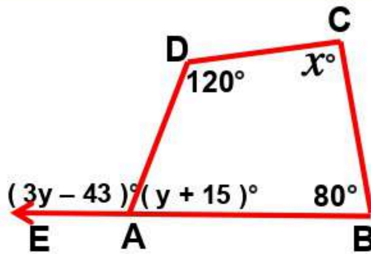
ABCD شكل رباعي

$m(\angle DAB) = 360° - [125° + 120° + 72°] = 43°$

$\because m(\angle FAE) + m(\angle EDA) + m(\angle DAB) = 180°$

$\therefore 72° + x + 43° = 180°$ $\therefore x = 180° - [72° + 43°] = 65°$

تدريب [2] في الشكل المقابل

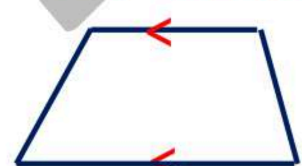


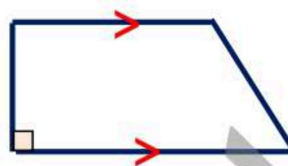
أوجد بالبرهان قيمة x

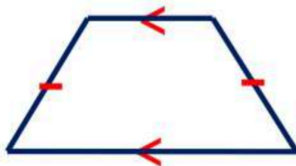
البرهان : ....
....
....
....

الأشكال الرباعية الخاصة

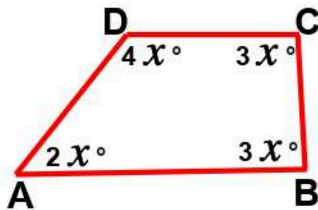
أولاً : شبه المنحرف : هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان


شبه منحرف


شبه منحرف قائم الزاوية


شبه منحرف متساوي الساقين

مثال [3] في الشكل المقابل



أوجد بالبرهان قيمة x

وبين هل الشكل الرباعي ABCD شبه منحرف قائم أم لا

∵ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي يساوي 360°

$\therefore 2x + 3x + 3x + 4x = 360°$

$\therefore 12x = 360°$

$\therefore x = \frac{360°}{12} = 30°$

$m(\angle B) = 3 \times 30° = 90°$

$m(\angle A) = 2 \times 30° = 60°$

$m(\angle D) = 4 \times 30° = 120°$

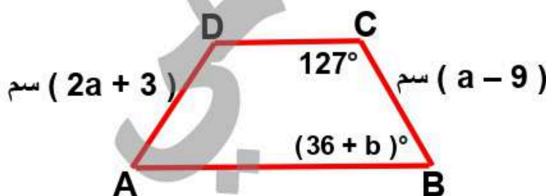
$m(\angle C) = 3 \times 30° = 90°$

∵ $\angle A$ ، $\angle D$ زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع AD

$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC}$

∴ ABCD شبه منحرف قائم

تدريب [3] في الشكل المقابل

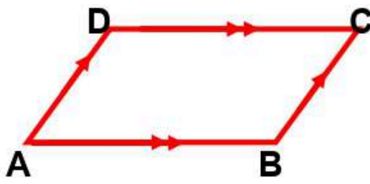


ABCD شبه منحرف متساوي الساقين

أوجد : قيمة a ، b

البرهان : ....
....
....
....

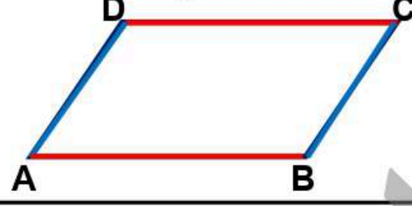
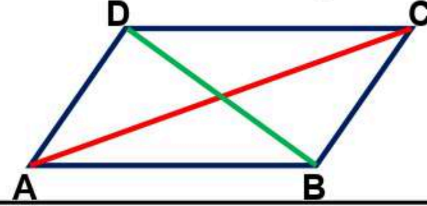
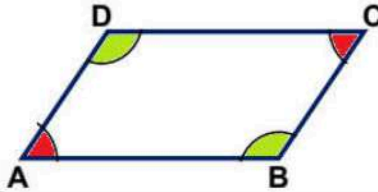
ثانيا : متوازي الأضلاع : هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين



في الشكل المقابل :

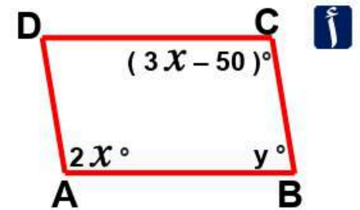
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

خواص متوازي الأضلاع

1 كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول  AB = DC BC = AD	**2** القطران ينصف كل منهما الآخر  BM = DM AM = CM
3 كل زاويتين متقابلتين متساويتان في القياس m (∠ A) = m (∠ C) m (∠ B) = m (∠ D)	
4 كل زاويتين متتاليتين متكاملتان m (∠ B) + m (∠ C) = 180° ، m (∠ A) + m (∠ B) = 180° m (∠ D) + m (∠ A) = 180° ، m (∠ C) + m (∠ D) = 180°	

مثال [4] في كل من الشكلين الآتيين أوجد قيمة x ، y حيث ABCD متوازي أضلاع

أ



البرهان : ∵ ABCD متوازي أضلاع

m (∠ A) = m (∠ C)

$3x - 50° = 2x$ $\quad 3x - 2x = 50°$

$x = 50°$

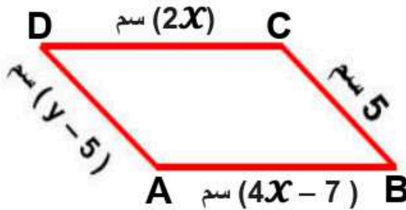
m (∠ D) = 2 × 50° = 100°

m (∠ D) + m (∠ D) = 180°

∴ 100° + y = 180°

∴ y = 180° – 100° = 80°

ب



البرهان : ∵ ABCD متوازي أضلاع

AB = DC

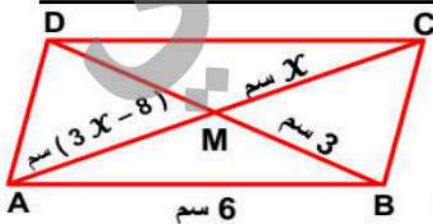
$4x - 7 = 2x$ $\quad 4x - 2x = 7$

$2x = 7$ $\quad x = \frac{7}{2} = 3.5$

∵ AD = BC $\quad$ ∴ y – 5 = 5

∴ y = 5 + 5 = 10

تدريب [4] في الشكل المقابل



ABCD متوازي أضلاع . احسب محيط المثلث CMD

البرهان : ....

....

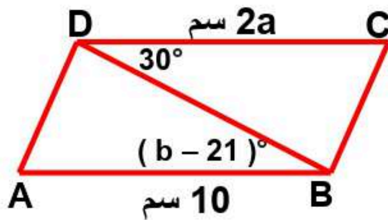
....

متى يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تحققت إحدى الحالات التالية :

1 إذا توازي فيه كل ضلعين متقابلين
2 إذا تساوي فيه طولا كل ضلعين متقابلين
3 إذا توازي ضلعان متقابلان فيه ومتساويان في الطول
4 إذا نصف القطران كل منهما الآخر
5 إذا تساوي فيه قياسا كل زاويتين متقابلتين

مثال [5] أوجد قيم a ، b التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع



البرهان : ∵ ABCD متوازي أضلاع ∴ DC = AB

∴ 2a = 10 ∴ $a = \frac{10}{2} = 5$

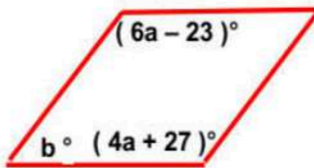
∵ AB // DC ∴ m (∠ ABD) + m (∠ BDC) (متبادلتان داخلياً)

∴ b – 21° = 30° ⟶ ∴ b = 30° + 21° = 51°

تدريب [5] أوجد قيمة a ، b التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع :

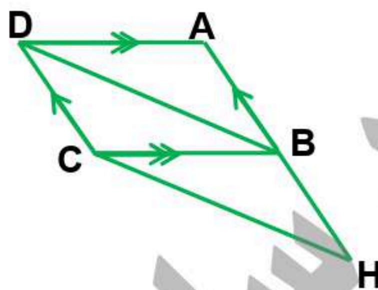


b = ... ، a = ...



b = ... ، a = ...

مثال [6] في الشكل المقابل :



ABCD متوازي أضلاع ، $H \in \overline{AB}$ بحيث AB = BH

أثبت أن : BHCD متوازي أضلاع

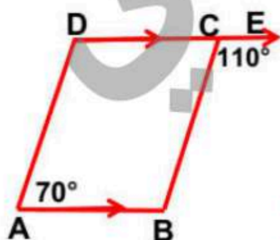
البرهان : ∵ ABCD متوازي أضلاع ∴ DC = AB

∵ AB = BH ∴ DC = BH

∵ AB // CD ، $H \in \overline{AB}$ ∴ BH // DC

∵ BH // DC ، DC = BH ∴ الشكل BHCD متوازي أضلاع

تدريب [6] في الشكل المقابل :

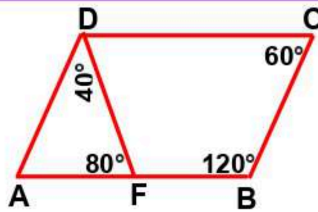


$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{DC}$ ، $E \in \overrightarrow{DC}$ اثبت أن : ABCD متوازي أضلاع

البرهان : ....

....

....



مثال [7] في الشكل المقابل :

أثبت أن : الشكل ABCD متوازي أضلاع

البرهان : في المثلث ADF

∵ مجموع زوايا المثلث = 180°

$\therefore m(\angle A) = 180° - (80° + 40°) = 60°$

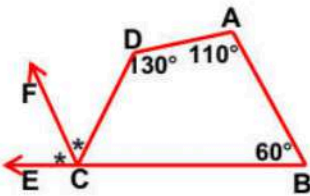
$\because m(\angle A) + m(\angle B) = 180°$ (زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∴ AD // BC ← 1

$\because m(\angle B) + m(\angle C) = 180°$ (زاويتان داخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∴ AB // DC ← 2

من 1 و 2 ينتج أن الشكل ABCD متوازي أضلاع



تدريب [7] في الشكل المقابل :

$m(\angle B) = 60°$ ، $m(\angle D) = 130°$ ، $m(\angle A) = 110°$

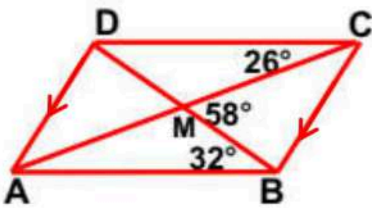
CF ينصف ∠ DCE ، E ∈ BC أثبت أن : BA // CF

البرهان : ....

....

....

....



تدريب [8] في الشكل المقابل : ABCD شكل رباعي تقاطع قطراه في M

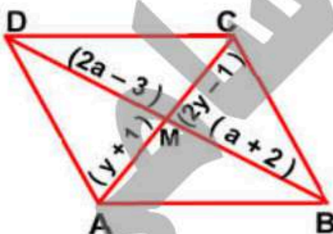
AD // BC ، أثبت أن : ABCD متوازي أضلاع

البرهان : ....

....

....

....



تدريب [9] في الشكل المقابل : ABCD متوازي أضلاع

أوجد طول كل من : MB ، BD ، MA ، MC

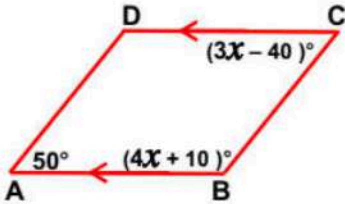
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [10] في الشكل المقابل :



أثبت أن : ABCD متوازي أضلاع

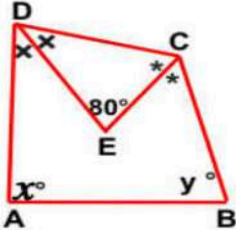
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [11] في الشكل المقابل :



DE ينصف ∠ ADC ، CE ينصف ∠ BCD

أوجد بالبرهان : قيمة $x + y$

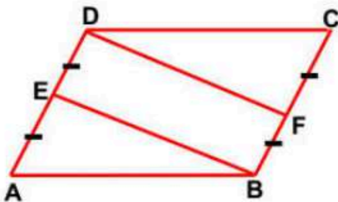
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [12] في الشكل المقابل : ABCD متوازي أضلاع



E منتصف AD ، F منتصف CB

أثبت أن : EBFD متوازي أضلاع

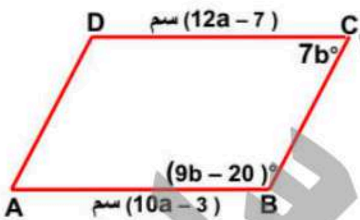
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [13] في الشكل المقابل :



أثبت ان الشكل ABCD متوازي أضلاع

عندما a = 2 ، b = 10°

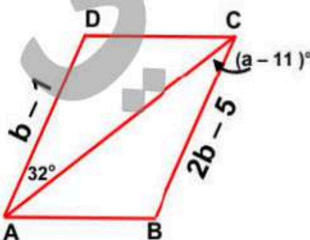
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [14] في الشكل المقابل :



أوجد قيم a ، b التي تجعل الشكل ABCD متوازي أضلاع

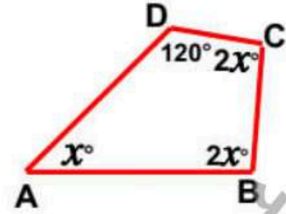
البرهان : ....

....

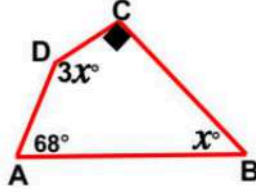
....

....

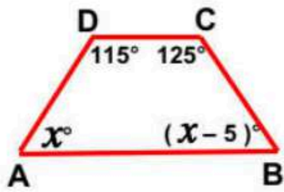
تدريب [15] أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية :



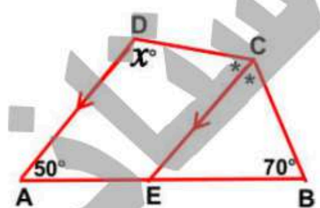
$x =$ ....



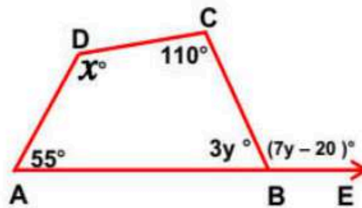
$x =$ ....



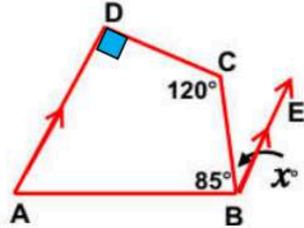
$x =$ ....



$x =$ ....

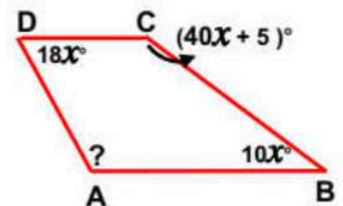


$x =$ ....

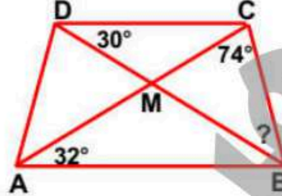


$x =$ ....

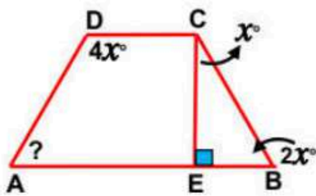
تدريب[16]في كل من الأشكال الآتية ABCD شبه منحرف أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة ?



? = ...

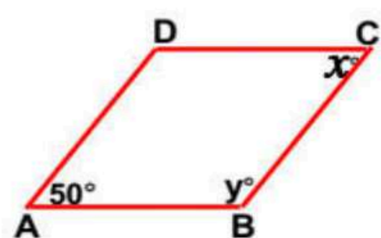


? = ...

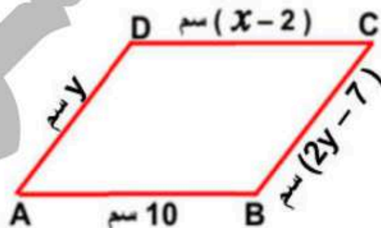


? = ...

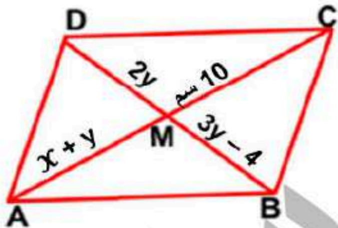
تدريب [17] في كل من الأشكال الآتية ABCD متوازي أضلاع ، أوجد قيمة x ، y :



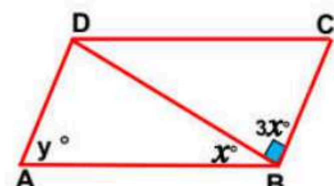
y = ...، $x =$ ....



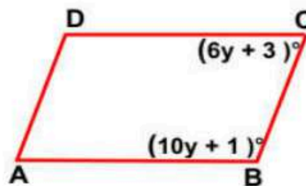
y = ...، $x =$ ....



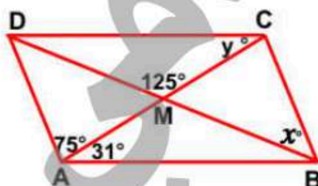
y = ... ، $x =$ ....



y = ...، $x =$ ....



y = ...، $x =$ ....



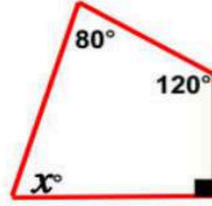
y = ... ، $x =$ ....

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 في الشكل المقابل :

قيمة x = ...

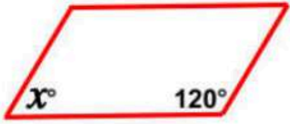


ⓐ 70° ⓑ 80°

ⓒ 90° ⓓ 120°

2 في الشكل المقابل : متوازي أضلاع

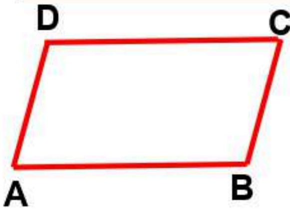
قيمة x = ...



ⓐ 109° ⓑ 120°

ⓒ 80° ⓓ 60°

3 في الشكل المقابل :



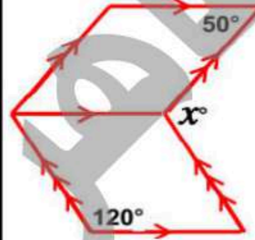
إذا كان : $m(\angle A) + m(\angle C) = 140°$

فما قياس $\angle B$ ؟

ⓐ 70° ⓑ 40° ⓒ 110° ⓓ 220°

4 في الشكل المقابل :

قيمة x = ...

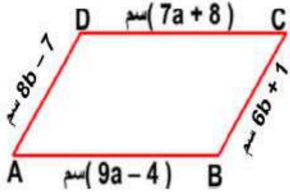


ⓐ 110° ⓑ 120°

ⓒ 130° ⓓ 140°

5 في الشكل المقابل : ABCD متوازي أضلاع

قيمة : a + b = ...

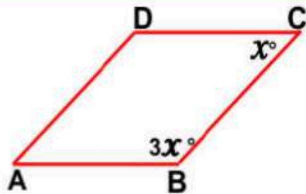


ⓐ 4 ⓑ 7

ⓐ 9 ⓑ 10

6 في الشكل المقابل :

ABCD متوازي أضلاع ، فما قياس $\angle A$ ؟

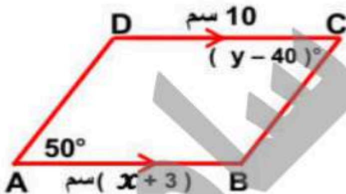


ⓐ 30° ⓑ 45° ⓒ 60° ⓓ 135°

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 في الشكل المقابل : ABCD متوازي أضلاع ،

فإن : x = ... ، y = ...



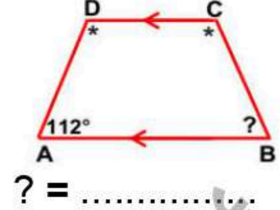
2 .... هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي رأسين غير متتاليتين

3 شبه المنحرف هو ....

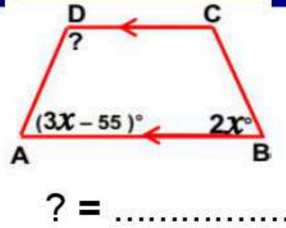
4 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعي = ...

5 في متوازي الأضلاع : القطران ....

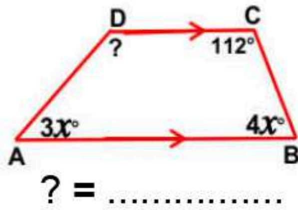
السؤال الثالث : أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة ? . إذا كان ABCD شبه منحرف



? = ...

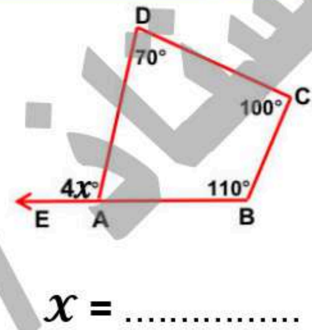


? = ...

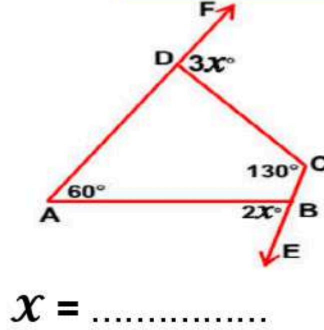


? = ...

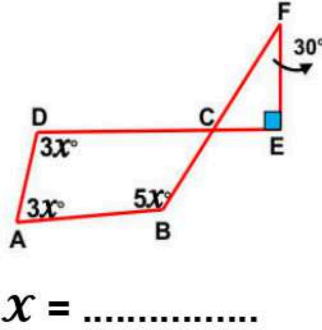
السؤال الرابع : أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية :



x = ...

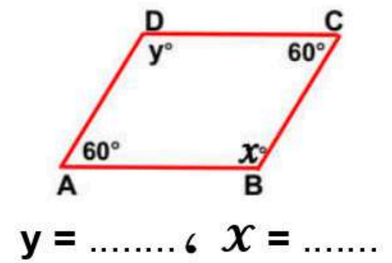


x = ...

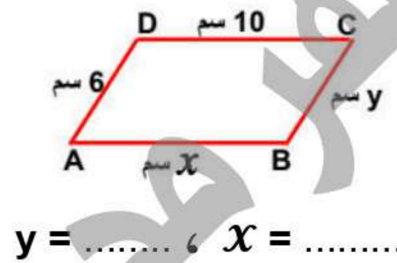


x = ...

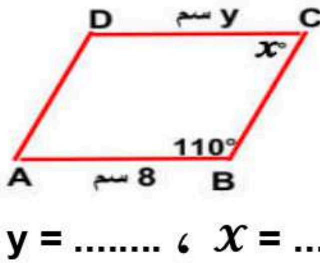
السؤال الخامس : أوجد قيمة x ، y التي تجعل ABCD متوازي أضلاع في كل مما يأتي



y = ... ، x = ...

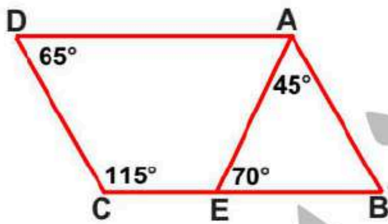


y = ... ، x = ...



y = ... ، x = ...

السؤال السادس : في الشكل المقابل :



E ∈ BC ، أثبت أن : الشكل ABCD متوازي أضلاع

....

....

....

....

اختبار على الدرس الخامس - الوحدة الرابعة

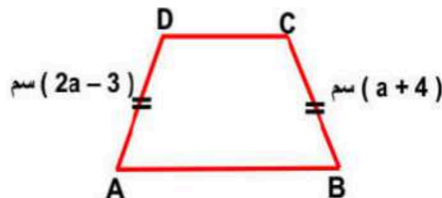
السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 ABCD متوازي أضلاع فيه : $m(\angle A) = \frac{1}{2} m(\angle B)$ ، فإن $m(\angle B) =$ ....

(180° ، 90° ، 120° ، 60°)

2 في الشكل المقابل : ABCD شبه منحرف متساوي الساقين

فإن طول $\overline{AD}$ = ... سم

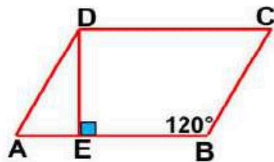


(4 ، 6 ، 7 ، 11)

3 ABCD متوازي أضلاع فيه : $m(\angle A) + m(\angle C) = 140°$ ، فإن $m(\angle B) =$ ....

(70° ، 110° ، 140° ، 40°)

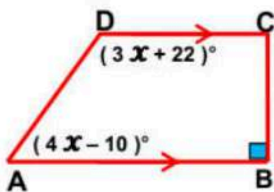
4 في الشكل المقابل :



ABCD متوازي أضلاع ، فإن $m(\angle EDA) =$ ....

(30° ، 60° ، 45° ، 120°)

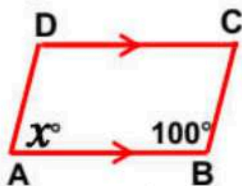
5 في الشكل المقابل :



قيمة $x =$ ....

(12 ، 24 ، 25 ، 9)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:



1 في الشكل المقابل : ABCD متوازي أضلاع فإن : $x =$ ....

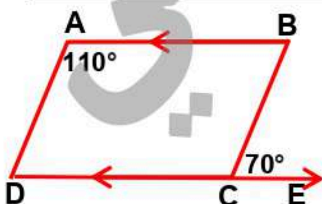
2 في متوازي الأضلاع : كل ضلعين متقابلين .... و ....

3 .... هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان

4 في متوازي الأضلاع : كل زاويتين متتاليتين تكونان ....

5 في متوازي الأضلاع : كل زاويتين متقابلتين تكونان ....

السؤال الثالث : أجب عما يلي: في الشكل المقابل : AB // CD



أثبت أن الشكل ABCD متوازي أضلاع

البرهان : ....

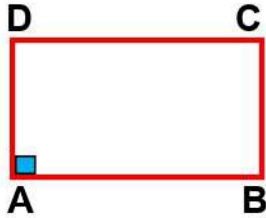
....

....

....

الدرس السادس – تابع الأشكال الرباعية الخاصة

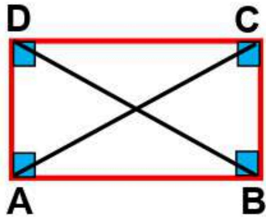
الوحدة الرابعة



ثالثا : المستطيل : هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة .

إذا كان : ABCD متوازي أضلاع

فيه : $m(\angle A) = 90°$ فإن : ABCD مستطيل



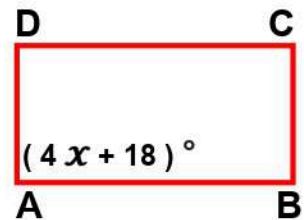
خواص المستطيل : المستطيل له نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى

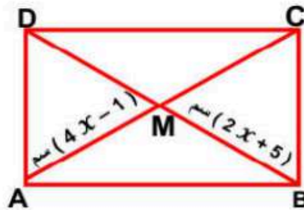
1. زواياه الأربعة متساوية في القياس وقياس كل منها 90°

$m(\angle A) = m(\angle B) = m(\angle C) = m(\angle D) = 90°$

2. القطران متساويان في الطول وغير متعامدان أي أن : $BD = AC$

مثال [1] في كل من الشكلين الآتيين أوجد قيمة x حيث ABCD مستطيل :





البرهان : ∵ ABCD مستطيل

$\therefore 4x - 18 = 90°$

$\therefore 4x = 90° + 18°$

$\therefore 4x = 108°$

$\therefore x = \frac{108°}{4} = 27°$

البرهان : ∵ ABCD مستطيل

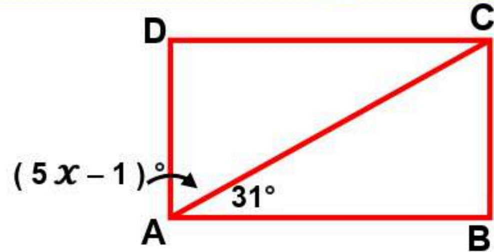
$\therefore 4x - 1 = 2x + 5$

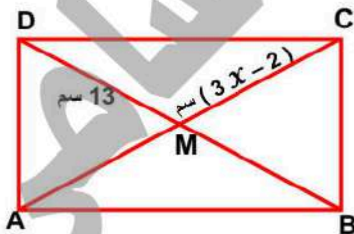
$\therefore 4x - 2x = 5 + 1$

$\therefore 2x = 6$

$\therefore x = \frac{6}{2} = 3$

تدريب [1] في كل من الشكلين الآتيين أوجد قيمة x حيث ABCD مستطيل :





البرهان : ....

....

....

....

....

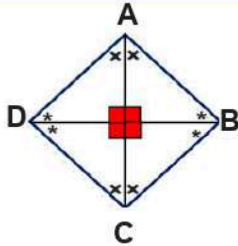
البرهان : ....

....

....

....

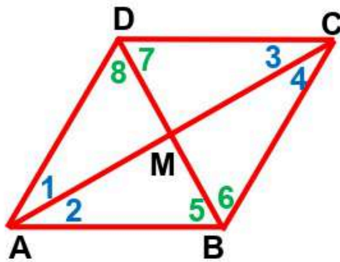
....



رابعا : المعين : هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول .

إذا كان : ABCD متوازي أضلاع

فيه : AB = BC = CD = DA فإن : ABCD معين



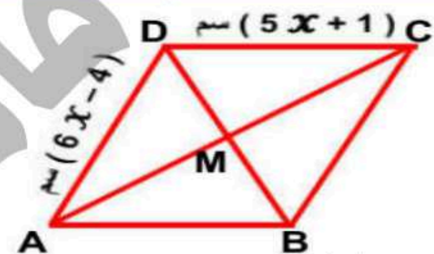
خواص المعين : المعين له نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى

1. أضلاعه الأربعة متساوية في الطول
   AB = BC = CD = DA
2. قطراه متعامدان وينصفان زواياه الداخلة أي أن AC ⊥ BD

$m(\angle 1) = m(\angle 2) = m(\angle 3) = m(\angle 4)$

$m(\angle 5) = m(\angle 6) = m(\angle 7) = m(\angle 8)$

مثال [2] في كل من الشكلين الآتيين ABCD معين أوجد المطلوب أسفل كل شكل :



أوجد : طول BC

ABCD معين

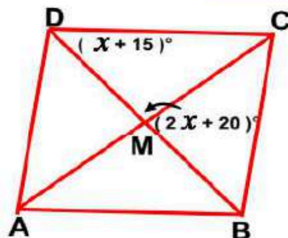
$6x - 4 = 5x + 1$

$6x - 5x = 4 + 1$

$x = 5$

$BC = 5 \times 5 + 1 = 26$

طول BC يساوي 26 سم



أوجد : $m(\angle BCD)$

ABCD معين

$m(\angle DMC) = 90°$

$2x + 20° = 90°$

$2x = 70°$ $x = 35°$

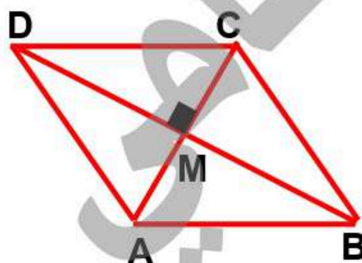
$m(\angle CBD) = m(\angle CDB)$

$x + 15° = 35° + 15° = 50°$

في المثلث CBD

$m(\angle BCD) = 180° - (50° + 50°) = 80°$

تدريب [2] في الشكل المقابل معين قطراه متقاطعان في M



أ إذا كان : طول AB = (10 x + 1) سم ، طول DA = (10 + x) سم
فأوجد : طول DC

ب إذا كان : $m(\angle CMB) = 2x°$ ، $m(\angle MDC) = (x - 15)°$
فأوجد : $m(\angle CDA)$

البرهان : ....

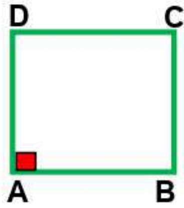
....

....

....

....

خامسا : المربع : هو متوازي أضلاع إحدى زواياه قائمة وفيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول



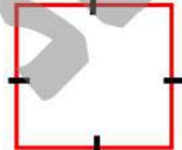
إذا كان : ABCD متوازي أضلاع

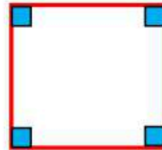
فيه : $m(\angle A) = 90^\circ$ ، $AB = BC = CD = DA$

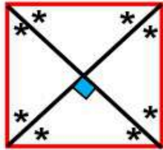
فإن : ABCD مربع

خواص المربع : المربع هو متوازي أضلاع زواياه قوائم مثل المستطيل ، وأضلاعه متساوية في الطول مثل المعين ، لذلك له نفس خواص الأشكال الثلاثة متوازي الأضلاع ، المستطيل ، المعين مجتمعة معاً

1. أضلاعه الأربعة متساوية في الطول
2. جميع زواياه قوائم
3. قطراه متساوية في الطول ومتعامدان وينصفان زواياه الداخلة

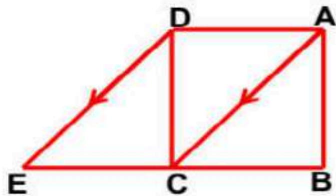






القطر في المربع ينصف زاوية الرأس إلى زاويتين متساويتين قياس كل منها 45°

مثال [3] في الشكل المقابل



ABCD مربع ، رسم $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ ويقطع $\overrightarrow{BC}$ في النقطة E

أثبت أن : $EC = CB$ ، أوجد : $m(\angle ADE)$

البرهان : $\because$ ABCD مربع ، $E \in \overrightarrow{BC}$ $\therefore \overline{EC} \,//\, \overline{DA}$

$\because AB \,//\, DC$ (معطى) $\therefore$ الشكل ACED متوازي أضلاع

$\therefore DA = EC$

$\because DA = CB$ (من خواص المربع ABCD) $\therefore EC = CB$ (المطلوب أولاً)

$\because$ AC قطر في المربع ABCD $\therefore m(\angle ACD) = 45^\circ$

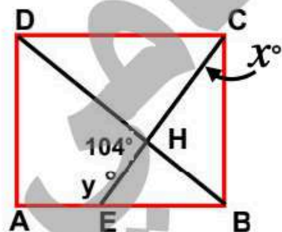
$\overline{DE} \,//\, \overline{AC}$ ، $\overline{DC}$ قاطع لهما

$\therefore m(\angle CDE) = m(\angle ACD) = 45^\circ$ (متبادلتان داخلياً)

$m(\angle CDA) = 90^\circ$ (من خواص المربع ABCD)

$\therefore m(\angle ADE) = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ (المطلوب ثانياً)

تدريب [3] في الشكل المقابل



ABCD مربع . أوجد بالبرهان قيمة : x ، y

البرهان : ....

....

....

....

....

....

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 أي من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية أقطارها متعامدة ؟

ⓐ { المربع ، المستطيل }　　ⓑ { شبه المنحرف ، المعين }

ⓒ { المربع ، المعين }　　ⓓ { المستطيل ، المعين }

2 قطرا المربع ....

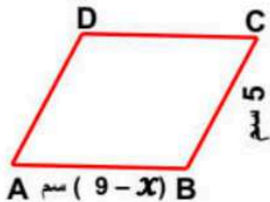
ⓐ متعامدان فقط　　ⓑ متساويان في الطول فقط

ⓒ متساويان في الطول ومتعامدان　　ⓓ غير متساويان وغير متعامدان

3 أي من المجموعات التالية عناصرها أشكال رباعية جميع أضلاعها متساوية في الطول ؟

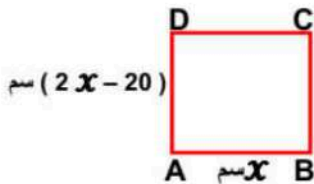
ⓐ { المربع ، المستطيل }　　ⓑ { شبه المنحرف ، المعين }

ⓒ { المربع ، المعين }　　ⓓ { المستطيل ، المعين }



4 في الشكل المقابل :
ABCD معين
فإن قيمة x = ... سم

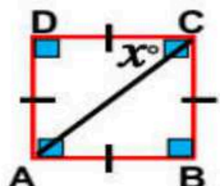
ⓐ 5　　ⓑ 6　　ⓒ 14　　ⓓ 4



5 في الشكل المقابل ABCD مربع
فإن طول ضلعه = ... سم

ⓐ 2　　ⓑ 10　　ⓒ 20　　ⓓ 22

السؤال الثاني : أكمل ما يلي :



1 في الشكل المقابل :

ABCD مربع ، فإن : .... = x

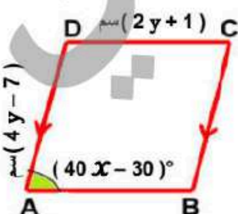
2 إذا كان : AB // CD ، AB = CD فإن الشكل الرباعي ABCD يسمى ....

3 ABCD معين فيه : m (∠ A) = 60° ، فإن : .... = m (∠ D)

4 ABCD متوازي أضلاع فيه : m (∠ A) = m (∠ B) ، فإن ABCD يكون ....

5 الأقطار متساوية في الطول في كل من الشكلين .... و ....

السؤال الثالث : في الشكل المقابل :



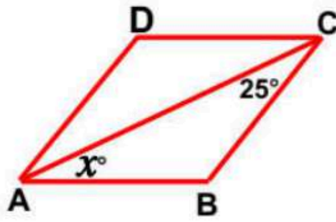
اثبت أن متوازي الأضلاع ABCD
يكون مربع عند : $x = 3$ ، $y = 4$

....

....

اختبار على الدرس السادس - الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :



1 في الشكل المقابل : ABCD معين

فإن : قيمة x = ...

(25° ، 100° ، 50° ، 130°)

2 إذا كان : ABCD متوازي أضلاع فيه : $m(\angle A) = m(\angle B)$ فإن ABCD ....

(شبه منحرف ، معيناً ، مستطيلاً ، مربعاً)

3 إذا كان ABCD متوازي أضلاع فيه : $AC = BD$ ، $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ، فإن الشكل ABCD يكون ....

(شبه منحرف ، معيناً ، مستطيلاً ، مربعاً)

4 قطرا المعين ....

(متعامدان ، متساويان في الطول ، متساويان في الطول ومتعامدان ، غير متساويان وغير متعامدان)

5 إذا تساوى طولا ضلعين متجاورين في متوازي الأضلاع كان الشكل ....

(شبه منحرف ، معيناً ، مستطيلاً ، مربعاً)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

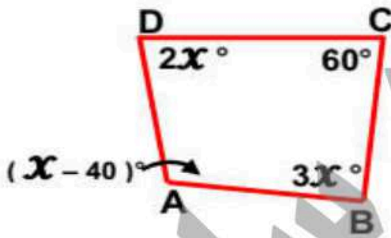
1 المعين الذي محيطه 24 سم يكون طول ضلعه = ... سم

2 الأقطار متعامدة في كل من الشكلين .... و ....

3 متوازي الأضلاع الذي إحدى زواياه قائمة يسمى ....

4 المستطيل الذي قطراه متعامدان يكون ....

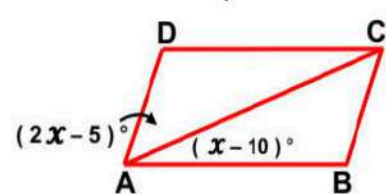
5 في الشكل المقابل : ABCD شكل رباعي



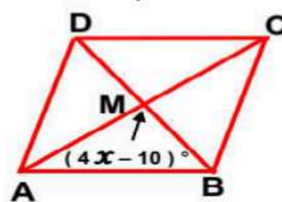
فإن : x = ...

السؤال الثالث : أوجد قيمة x التي تجعل :

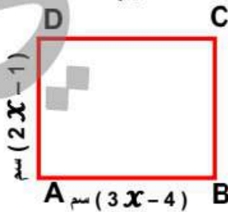
أ متوازي الأضلاع ABCD مستطيلا



ب متوازي الأضلاع ABCD معيناً



ج متوازي الأضلاع ABCD مربعاً



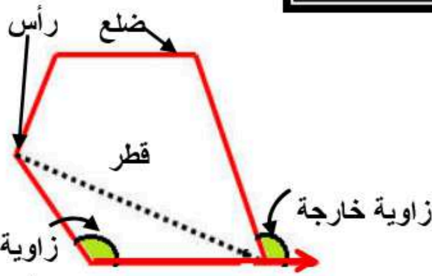
....

....

....

الوحدة الرابعة

الدرس السابع – المضلعات



المضلع هو شكل مستو مغلق يتكون من اتحاد ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر
القطع المستقيمة تسمى أضلاع المضلع
تتقاطع القطع المستقيمة عند الأطراف في نقط تسمى رؤوس المضلع
لا توجد قطعتين منهم على استقامة واحدة

ملاحظات

1. كل قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليتين في المضلع تسمى **قطراً**
2. الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في المضلع تسمى **((زاوية داخلة))**
3. الزاوية المحصورة بين أحد أضلاع المضلع وامتداد الضلع المجاور له تسمى **((زاوية خارجة))**
4. عدد أضلاع أي مضلع = عدد رؤوسه = عدد زواياه الداخلة

المضلـع المحـدب والمضلـع المقعـر

المضلع المحدب

لا يحتوي على أي زاوية داخلة منعكسة

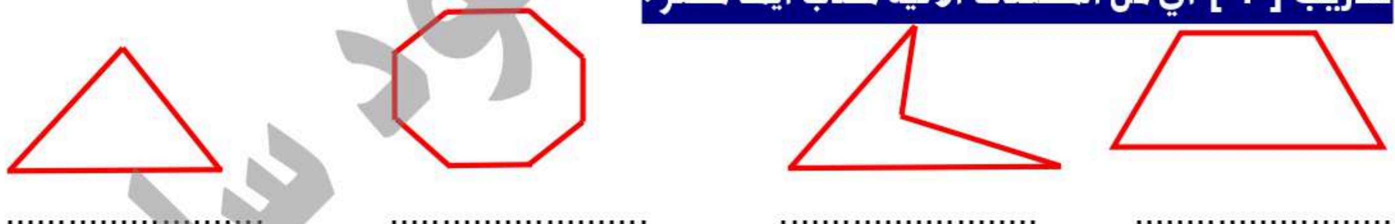


المضلع المقعر

يحتوي على زاوية واحدة منعكسة على الأقل من زواياه الداخلة



تدريب [1] أي من المضلعات الآتية محدب أيها مقعر :



....

مثال [1] ABCD شكل رباعي فيه : $m(\angle A) = 4x°$ ، $m(\angle B) = 5x°$ ، $m(\angle C) = 7x°$ ، $m(\angle D) = 20x°$ ، أوجد قيمة x ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدباً أو مقعراً

البرهان :

∵ ABCD شكل رباعي

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) + m(\angle D) = 360°$

$\therefore 4x° + 5x° + 7x° + 20x° = 360°$

$\therefore 36x° = 360°$

$\therefore x° = \frac{360°}{36} = 10°$

قياس اكبر زاوية هي $\angle D$

$m(\angle D) = 20 \times 10° = 200°$ (زاوية منعكسة)

اذن المضلع مقعر

تدريب [2] ABCD شكل رباعي فيه : $m(\angle A) = 12x^\circ$ ، $m(\angle B) = m(\angle D) = 5x^\circ$ ، $m(\angle C) = 50x^\circ$ ، أوجد قيمة x ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدباً أو مقعراً

....

....

....

....

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع

نعلم أن : مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوي 180°

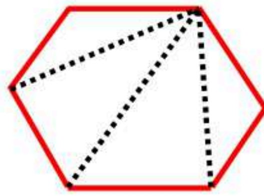
لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب نرسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوسه ، فينقسم كل مضلع إلى مجموعة مثلثات كما بالأشكال التالية :



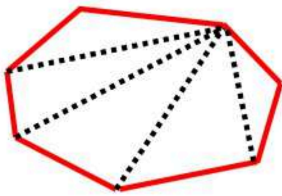
مضلع رباعي



مضلع خماسي



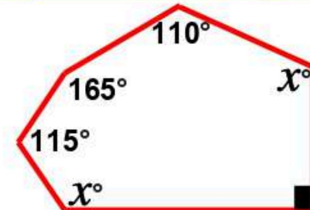
مضلع سداسي



مضلع سباعي

المضلع	عدد أضلاعه	عدد المثلثات	مجموع قياسات زواياه الداخلة
الرباعي	4	2	$2 \times 180^\circ = 360^\circ$
الخماسي	5	3	$3 \times 180^\circ = 540^\circ$
السداسي	6	4	$4 \times 180^\circ = 720^\circ$
السباعي	7	5	$5 \times 180^\circ = 900^\circ$
الثماني	8	6	$6 \times 180^\circ = 1080^\circ$
التساعي	9	7	$7 \times 180^\circ = 1260^\circ$
العشاري	10	8	$8 \times 180^\circ = 1440^\circ$
ويمكن من الجدول أن نستنتج : عدد المثلثات = عدد الأضلاع مطروحا منه 2			

مثال [2] أوجد قيمة x في كل من المضلعات الآتية :



∵ ABCDEF مضلع سداسي

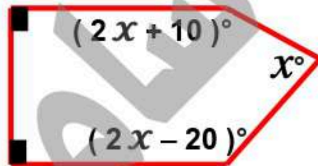
∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = 720°

$x + 90 + x + 110 + 165 + 115 = 120$

$2x + 480 = 720$

$2x = 720 - 480 = 240$

$\therefore x = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$



∵ KLMNO مضلع خماسي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = 540°

$\therefore 90^\circ + (2x - 20)^\circ + x^\circ + 90^\circ$

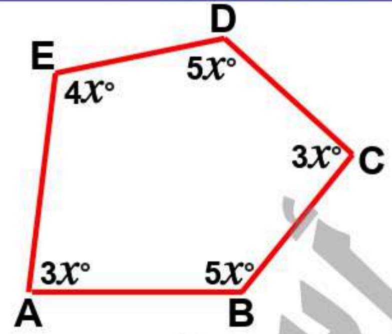
$+ (2x + 10)^\circ = 540^\circ$

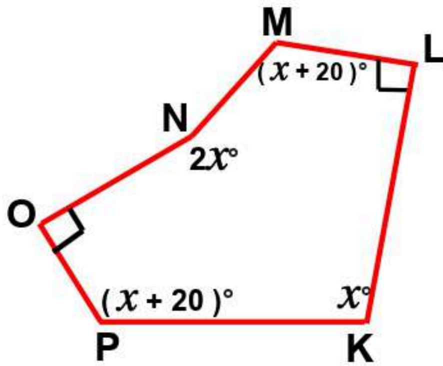
$\therefore 5x + 170^\circ = 540^\circ$

$5x = 540 - 170 = 370^\circ$

$\therefore x = \frac{370^\circ}{5} = 74^\circ$

تدريب [3] أوجد قيمة x في كل من المضلعات التالية :





....

....

....

....

....

....

قاعدة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع محدب عدد أضلاعه n = $(n - 2) \times 180°$

عدد الأقطار لأي ضلع محدب عدد أضلاعه n = $\frac{n(n - 3)}{2}$

مجموع قياسي الزاويتين الداخلة والخارجة عند أي رأس من رؤوس المضلع المحدب يساوي 180°
لأنهما يكونان زاوية مستقيمة

تدريب [4] أكمل ما يأتي :

1. مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه 9 أضلاع هو ....
2. مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه 11 ضلع هو ....
3. عدد أقطار الشكل الخماسي يساوي .... أقطار
4. من أحد رؤوس المضلع السداسي يمكن رسم عدد .... أقطار
5. عدد أقطار الشكل الرباعي يساوي .... ، بينما عدد أقطار المثلث يساوي ....

ملاحظة :
الشكل الخماسي
عدد أضلاعه = عدد أقطاره

المضلع المنتظم

يسمى المضلع منتظماً إذا تحقق فيه الخاصيتين التاليتين :

1. جميع أضلاعه متساوية في الطول
2. جميع زواياه الداخلة متساوية في القياس

أمثلة للمضلع المنتظم



ثلاثي منتظم



رباعي منتظم



خماسي منتظم



سداسي منتظم

ملاحظة

قياس كل زاوية داخلة من زوايا المضلع المنتظم = $\frac{\text{مجموع قياسات زواياه الداخلة}}{\text{عدد هذه الزوايا}}$

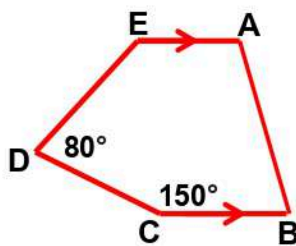
المضلع المنتظم	عدد زواياه الداخلة	قياس كل زاوية داخلة
المثلث المتساوي الأضلاع	3	$360° \div 3 = 60°$
المربع	4	$360° \div 4 = 90°$
الخماسي المنتظم	5	$540° \div 5 = 108°$
السداسي المنتظم	6	$720° \div 6 = 120°$
الثماني المنتظم	8	$1080° \div 8 = 135°$
العشاري المنتظم	10	$1440° \div 10 = 144°$

مثال [4] في الشكل المقابل :

$ED \parallel BC$

$m(\angle D) = 80°$, $m(\angle C) = 150°$,

أوجد : $m(\angle E)$



البرهان : ∵ $ED \parallel BC$ ، AB قاطع لهما

$\therefore m(\angle A) + m(\angle B) = 180°$

(زاويتان دخلتان وفي جهة واحدة من القاطع)

∵ ABCDE مضلع خماسي

∴ مجموع قياسات زواياه الداخلة = 540°

$\therefore 180° + 150° + 80° + m(\angle E) = 540°$

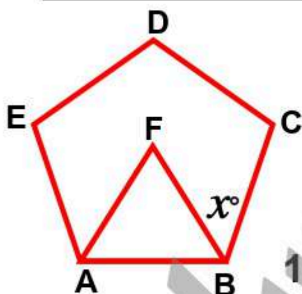
$\therefore m(\angle E) = 540° - 410° = 130°$

مثال [5] في الشكل المقابل :

ABCDE خماسي منتظم

ABF مثلث متساوي الأضلاع

أوجد قيمة x



البرهان : ∵ ABCDE خماسي منتظم

∴ قياس الزاوية الداخلة له = 108°

$m(\angle ABC) = 108°$

∵ ABF مثلث متساوي الأضلاع

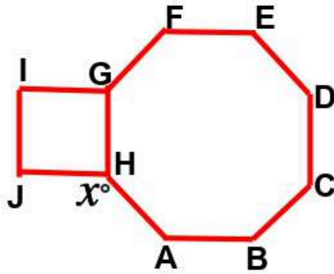
∴ قياس الزاوية الداخلة له = 60°

$m(\angle ABF) = 60°$

$\therefore x = m(\angle ABC) - m(\angle ABF)$

$\therefore x = 108° - 60° = 48°$

مثال [6] في الشكل المقابل :



ABCDE ثماني منتظم

ABF مثلث متساوي الأضلاع

أوجد قيمة x

البرهان : ∵ ABCDEFGH ثماني منتظم ∴ قياس الزاوية الداخلة له = 135°

m (∠ GHA) = 135°

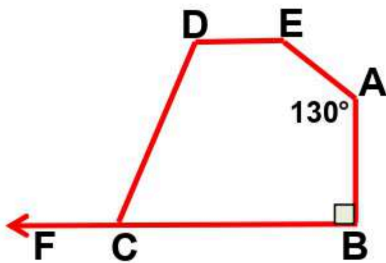
∵ ABF مربع ∴ قياس الزاوية الداخلة له = 90°

m (∠ JHG) = 90°

∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = 360°

∴ $x = 360° - (135° + 90°) = 140°$

تدريب [5] في الشكل المقابل :



$F \in BC$, $\overrightarrow{ED} \parallel \overrightarrow{BC}$, m (∠ A) = 130°

m (∠ B) = 90° , أوجد : m (∠ E)

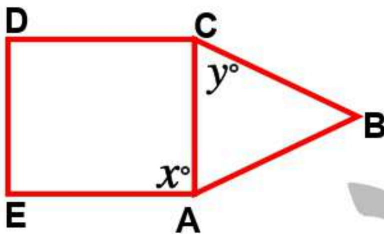
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [6] في الشكل المقابل :



ABCD مربع ، ACB مثلث متساوي الأضلاع

أوجد قيمة x ، y

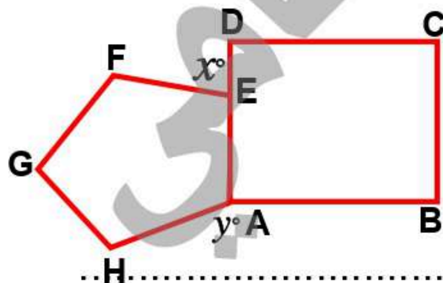
البرهان : ....

....

....

....

تدريب [7] في الشكل المقابل :



ABCD مربع

AEFGD خماسي منتظم

أوجد قيمة x ، y

البرهان : ....

....

....

....

محاور التماثل في المضلعات

محور تماثل الشكل : هو مستقيم يقسم الشكل إلى جزئين متماثلين ، وعند طي الشكل على طول محور التماثل ينطبق الجزئين تماماً . وقد يكون للشكل محور تماثل واحد أو أكثر أو لا يوجد له محور تماثل

محاور تماثل بعض المضلعات

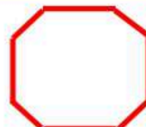
الشكل	المثلث المتساوي الساقين	المثلث المتساوي الأضلاع	المثلث المختلف لأضلاع
عدد محاور تماثله	1	3	لا يوجد
الشكل	متوازي الأضلاع	المستطيل	المعين
عدد محاور تماثله	لا يوجد	2	2
الشكل	المربع	شبه المنحرف	شبه المنحرف المتساوي الساقين
عدد محاور تماثله	4	لا يوجد	1
الشكل	الخماسي المنتظم	السداسي المنتظم	
عدد محاور تماثله	5	6	

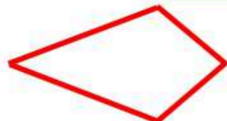
لاحظ أن : عدد محاور التماثل للمضلع المنتظم يساوي عدد أضلاع المضلع

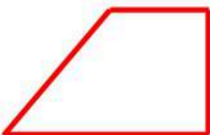
محور تماثل المضلع المنتظم : هو مستقيم يمر بمركز المضلع ويقسمه إلى مضلعين متماثلين

تدريب [8] اكتب عدد محاور التماثل لكل من المضلعات التالية :


....

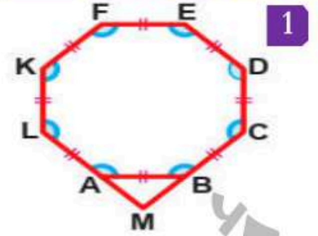

....


....


....

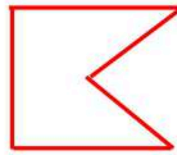
تدريب [9] أكمل حسب المطلوب أسفل كل شكل :

1



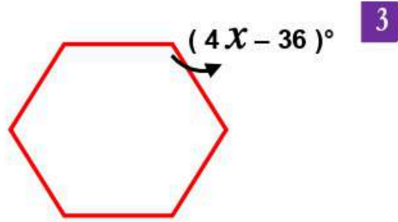
m (∠ AMB) = ...

2



اسم الشكل ....

3



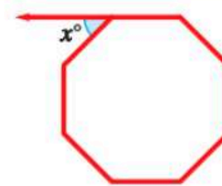
x = ...

تدريب [10] أكمل ما يلي :

1. قياس كل زاوية داخلة من زوايا الثماني المنتظم يساوي ....
2. إذا كانت كل الأقطار الممكن رسمها من أحد رؤوس مضلع هي 4 أقطار فإن عدد المثلثات الناتجة ....
3. قياس كل زاوية داخلة من زوايا العشاري المنتظم يساوي ....
4. المضلع الذي لا يحتوي على أي زاويا منعكسة هو ....
5. المضلع الذي يحتوي علي الأقل على زاوية منعكسة هو ....
6. عدد محاور تماثل شبه المنحرف المتساوي الساقين هو ....

تدريب [11] في كل مما يأتي المضلع منتظم أوجد قيمة x واذكر عدد محاور تماثل المضلع :

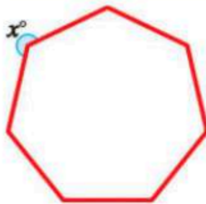
1



x = ...

عدد محاور التماثل = ...

2



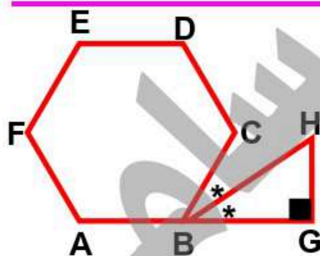
x = ...

عدد محاور التماثل = ...

تدريب [12] في الشكل المقابل

ABCDEF سداسي منتظم

أوجد: m (∠ H)



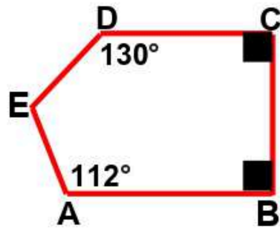
....

....

....

....

تدريب [13] في الشكل المقابل



m (∠ EDC) = 130 ° ، m (∠ EAB) = 112°

BC⊥ CD ، BC⊥ CD

أوجد بالبرهان : m (∠ DEA)

....

....

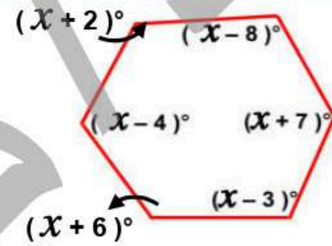
....

....

....

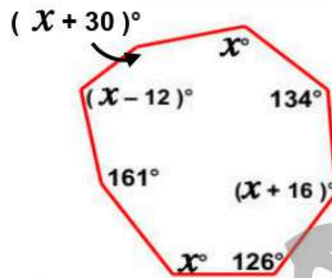
تدريب [14] أوجد قيمة x في كل من المضلعات التالية :

1



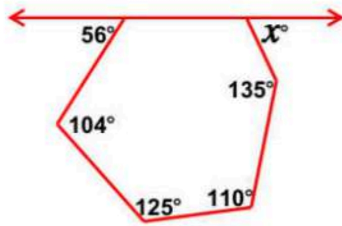
x = ...

2



x = ...

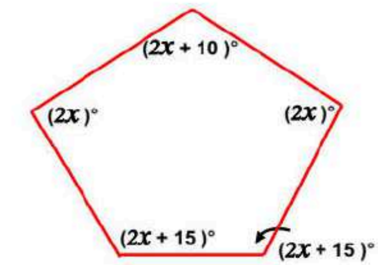
3



x = ...

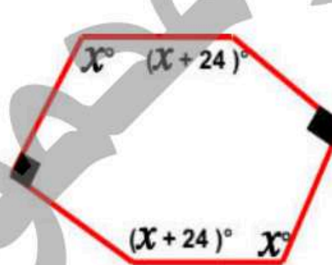
تدريب [15] أوجد قيمة x في كل من المضلعات التالية :

1



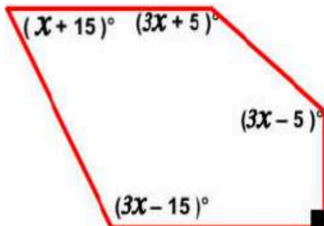
x = ...

2



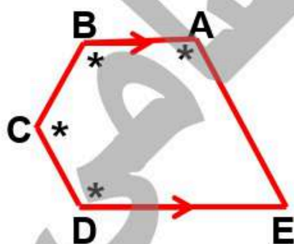
x = ...

3



x = ...

تدريب [16] في الشكل المقابل



AB // ED

m (∠ A) = m (∠ B) = m (∠ C) = m (∠ D)

أوجد بالبرهان : m (∠ E)

....

....

....

....

....

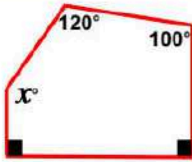
الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجـابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 أي من الأشكال الآتية ليس له محور تماثل ؟ (متوازي الأضلاع ، المستطيل ، المعين ، المربع)

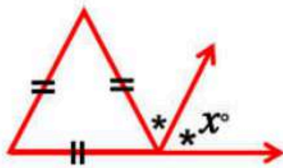
2 قياس زاوية المضلع المنتظم الداخلة الذي عدد أضلاعه 10 = ...
(108° ، 120° ، 135° ، 144°)

3 في الشكل المقابل



x = ... (120° ، 140° ، 150° ، 135°)

4 في الشكل المقابل :



x = ... (30° ، 60° ، 120° ، 180°)

السؤال الثاني : أكمل ما يلي .

1 عدد أقطار الشكل الرباعي ....
2 عدد أقطار المضلع الخماسي ....

3 عدد محاور تماثل السداسي المنتظم هو ....

4 عند رسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوس المضلع الثماني فإن عدد المثلثات الناتجة يساوي...............

5 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع السداسي يساوي ....

6 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع السباعي يساوي ....

7 إذا كان عدد المثلثات الناتجة عند رسم كل الأقطار الممكنة من أحد رؤوس مضلع هو 7 مثلثات فإن مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلة يساوي ....

السؤال الثالث : ABCD شكل رباعي فيه : $m(\angle A) = 6x°$ ، $m(\angle B) = 7x°$ ، $m(\angle C) = 12x°$ ، $m(\angle D) = 11x°$ ،

أوجد قيمة x ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدباً أو مقعراً

....

....

....

....

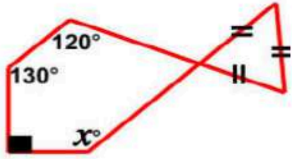
السؤال الرابع : أي المضلعات التالية محدب أيها مقعر :



....

اختبار على الدرس السابع – الوحدة الرابعة

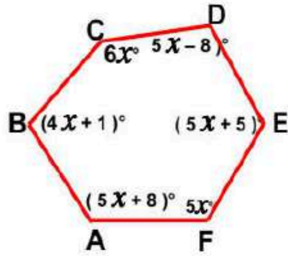
السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :



1 في الشكل المقابل :

قيمة x = ...

(110° ، 120° ، 130° ، 140°)



2 في الشكل المقابل :

قيمة x = ...

(12° ، 24° ، 18° ، 36°)

3 أي من الزوايا الآتية يجب أن تكون إحدى زوايا المضلع الداخلة ليكون مقعراً ؟

(المستقيمة ، الحادة ، القائمة ، المنعكسة)

4 عدد محاور التماثل لمضلع منتظم عدد أضلاعه 9 = ... محاور تماثل

(9 ، 7 ، 18 ، 11)

السؤال الثالث : أجــب عما يلي:

1 المضلع الذي جميع أضلاعه متساوية في الطول وجميع زواياه متساوية في القياس يسمي ....

2 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع السداسي = ...

3 عدد محاور تماثل متوازي الأضلاع هو .... ، بينما عدد محاور تماثل المربع هو ....

4 قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة للمثلث المنتظم = ...

---

5 ABCDEF مضلع فيه : $m(\angle A) = m(\angle D) = 90°$ ،
$m(\angle B) = m(\angle E) = x°$ ، $m(\angle F) = m(\angle C) = (x + 22)°$ ،
أوجد قيمة x ، ثم بين نوع الشكل من حيث كونه محدباً أو مقعراً

البرهان : ....

....

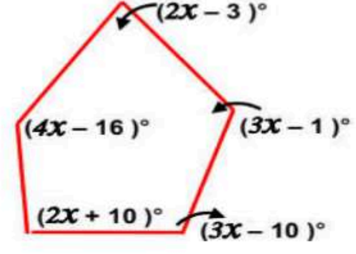
....

....

---

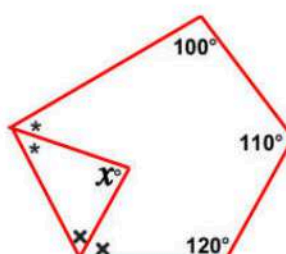
6 أوجد قيمة x في كل من المضلعات التالية :

أ



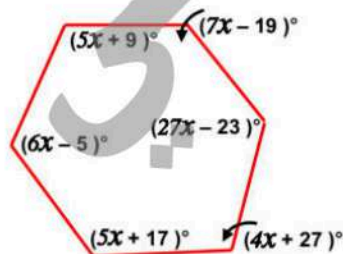
x = ...

ب



x = ...

ج



x = ...

الوحدة الرابعة

الدرس الثامن – الإحداثيـات

المستوى الإحداثي

هو مستوى ثنائي الأبعاد يتكون من تقاطع **خط الأعداد الأفقي (المحور x)**

وخط الأعداد الرأسي (المحور y)

نقطة الأصل $O(0 , 0)$ هي نقطة تقاطع المحور x والمحور y

الزوج المرتب (x , y) يحدد موضع النقطة في المستوى الإحداثي

النقطة $(x , 0)$ تقع علي محور x النقطة $(0 , y)$ تقع علي محور y

إذا كانت النقطة تقع علي محور x ، فإن إحداثي y يساوي صفر **مثل** $(3 , 0)$ أو $(-5 , 0)$

إذا كانت النقطة تقع علي محور y، فإن إحداثي x يساوي صفر **مثل** $(0 , 2)$ أو $(0 , -6)$

يقسم المحوران x ، y المستوى الإحداثي إلى 4 أجزاء **(4 أرباع)** ويمكن تحديد الربع الذي توجد فيه الزوج المرتب حسب اشارة الإحداثيات كالآتي

الربع الأول ⟵ $(+ , +)$ الربع الثاني ⟵ $(- , +)$

الربع الثالث ⟵ $(- , -)$ الربع الرابع ⟵ $(+ , -)$

تدريب [1] حدد الربع الذي تقع فيه النقاط الآتية أو المحور الذي يقع عليه :

1 $(-2 , 6)$ ....
2 $(5 , -4)$ ....
3 $(0 , 7)$ ....
4 $(-1 , -2)$ ....
5 $(-4 , 0)$ ....
6 $(4 , 2)$ ....

تدريب [2] أجب عما يلي كما بالمثال :

مثال : إذا كانت النقطة $A(a + 3 , 2a - 4)$ تقع علي محور x ، فأوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $B(3a - 1 , a - 3)$

الحل : ∵ النقطة تقع على محور x $\therefore 2a - 4 = 0$ $\therefore 2a = 4$ $\therefore a = 2$

بالتعويض عن قيمة a في B $\therefore B(3 \times 2 - 1 , 2 - 3) = B(5 , -3)$

وبالتالي النقطة B تقع في **الربع الرابع**

1 إذا كانت النقطة $A(4k + 4 , -k + 3)$ تقع على محور y
فأوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $B(-2k , 4K + 1)$

....

....

....

1 إذا كانت النقطة $A (k + 5 , 2k + 10)$ تقع على محور x
فأوجد إحداثيات النقطة A

....
....
....

2 إذا كانت النقطة $(a - 2 , 3a + 9)$ تقع على محور x
فأوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $(a , 6 - a)$

....
....
....

3 إذا كانت النقطة $A (- 3 k , 2k - 4)$ تقع على محور x
فأوجد الربع الذي تقع فيه النقطة $B (k - 6 , - 3 k)$

....
....
....

مثال [1] حدد علي المستوي الإحداثي المقابل النقط
$A(3 , 2)$ ، $B(- 1 , 2)$ ، $C(- 3 , 0)$ ، $D(1 , 0)$
ثم أوجد مساحة الشكل ABCD

الحل : الشكل المرسوم ABCD متوازي أضلاع

مساحة متوازي= طول القاعدة × الارتفاع

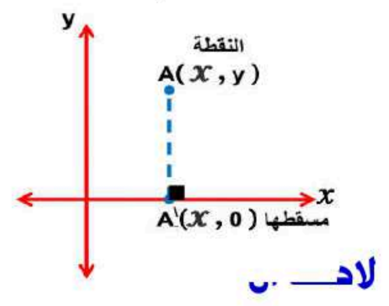
$4 \times 2 = 8$ وحدات مربعة

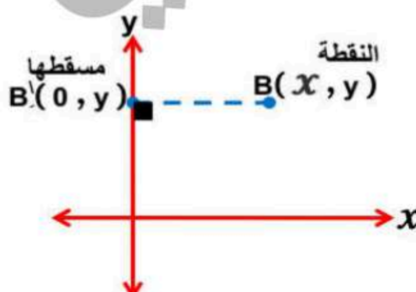
تدريب [3] مثل علي المستوي الإحداثي المقابل النقط
$A (- 2 , - 1)$ ، $B (3 , - 1)$
، $C (3 , 2)$ ، $D (- 2 , 2)$
ما الشكل الناتج وما هي مساحته ؟

الحل : ....
....

مسقط نقطة على محوري الإحداثيات

مسقط نقطة علي محور هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة إلي هذا المحور





لاحـــظ

لاحــظ أن

إذا كانت النقطة تقع علي أحد المحورين فإن مسقطها عليه هو نفسها ومسقطها علي المحور الآخر هو نقطة الأصل

فمثلاً : A(3 , 0) تقع علي محور x فإن مسقطها علي محور x هو نفسها أي A(3 , 0) ومسقطها علي محور y هو O(0 , 0)

، A(0 , – 8) تقع علي محور y فإن مسقطها علي محور y هو نفسها A(0 , – 8) ومسقطها علي محور x هو O(0 , 0)

مثال [2] أكمل ما يأتي :

أ مسقط النقطة (– 3 , 5 –) على محور x هو..................

ب مسقط النقطة (– 2 , 6) على محور y هو........................

ج مسقط النقطة (9 , 0) على محور x هو..........................

د مسقط النقطة (0, – 4) على محور y هو...........................

الحل : أ (– 3 , 0)   ب (0 , 6)   ج (9 , 0)   د (0, – 4)

تدريب [4] أكمل ما يأتي :

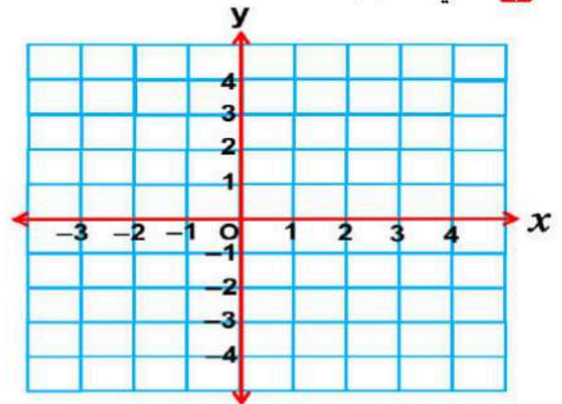
أ النقطة (3 – , 2) تقع في الربع ....، بينما النقطة (0 , 2) تقع علي محور..............

ب مسقط النقطة (– 2 , 6) على محور x هو............ ، بينما مسقطها على محور y هو.............

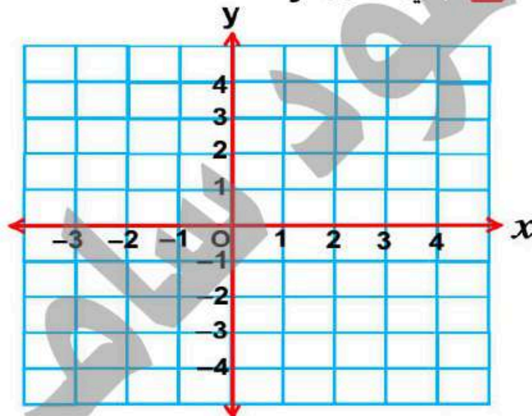
مثال [3] مثل علي المستوي الإحداثي النقط :

A(– 2 , 3) ، B(4 , – 1) ، C (0 , – 3) ، D(2 , 0) ثم أوجد مسقط كل من هذه النقط

أ علي محور x



ب علي محور y



النقطة	مسقطها علي محور x		النقطة	مسقطها علي محور y
A(– 2 , 3)	A\(– 2 , 0)		A(– 2 , 3)	A\(0 , 3)
B(4 , – 1)	B\(4 , 0)		B(4 , – 1)	B\(0 , – 1)
C(0 , – 3)	O(0 , 0)		C(0 , – 3)	C(0 , – 3)
D(2 , 0)	D(2 , 0)		D(2 , 0)	0(0 , 0)

لاحـظ أن

مسقط النقطة $A(x , y)$ على محور x هي $A^\backslash(x , 0)$

مسقط النقطة $A(x , y)$ على محور y هي $A^\backslash(0 , y)$

إذا كانت النقطة B تنتمي لمحور x، فإن مسقطها علي محور x هي نفسها B

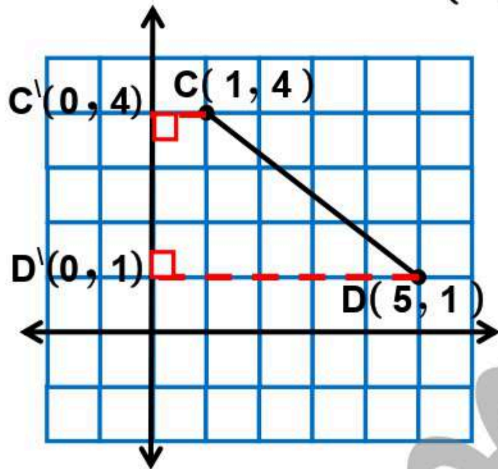
إذا كانت النقطة C تنتمي لمحور y ،فإن مسقطها علي محور y هي نفسها C

تدريب [5] أكمل ما يأتي :

1. إذا كانت : تقع علي المحور (5 , 2k + 2) فإن النقطة (2k , k + 5) تقع في الربع ....
2. النقطة (5 , 3 –) تقع في الربع .... ، بينما النقطة (0 , 7) تقع على المحور ....
3. مسقط النقطة (0 , 6) علي المحور .... هو نفسها
4. مسقط النقطة (0 , 10) علي المحور .... هو نقطة الأصل
5. نقطة مسقطها علي المحور x هو (0 , 3) ومسقطها علي المحور y هو (0 , 2 –) فإن النقطة هي ....

مثال [4] ارسم علي المستوى الإحداثي (1 , 4)C ، D(5 , 1)

ثم أوجد طول مسقط CD على المحور y



C(1 , 4) ← مسقطها على محور y ← C\(0 , 4)

D(5 , 1) ← مسقطها على محور y ← D\(0 , 1)

C\ D\ هي مسقط CD علي المحور y

C\ D\ = | 4 – 1 | = 3

أي أن طول C\ D\ يساوي 3 وحدات طول

تدريب [6] إذا كان : (2 , 3 –)A ، (4 – , 4)B ارسم AB على المستوى الإحداثي

ثم أوجد طول مسقطها علي المحور x

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تدريب [7] مثل علي المستوي الإحداثي النقاط : $D(5, 0)$ ، $C(0, 5)$ ، $B(-2, -4)$ ، $A(3, 5)$ ثم أوجد مسقط كل من هذه النقط علي محور y

....

....

....

مثال [5] أوجد طول مسقط $\overline{AB}$ على محور x حيث $A(2, 3)$ ، $B(-4, -1)$

الحل :

$A(2, 3)$ $\xrightarrow[\text{محور } x]{\text{مسقطها على}}$ $A'(2, 0)$ $B(-4, -1)$ $\xrightarrow[\text{محور } x]{\text{مسقطها على}}$ $B'(-4, 0)$

$\overline{A'B'}$ هي مسقط $\overline{AB}$ علي المحور x

$A'B' = |2 - (-4)| = 6$ أي أن طول $\overline{A'B'}$ يساوي 6 وحدات طول

تدريب [8] أوجد طول مسقط القطعة المستقيمة AB علي محور x في كل من الحالات التالية :

1. $A(-2, 1)$ ، $B(3, 6)$
2. $A(-4, 3)$ ، $B(-2, 3)$

....

3. $A(5, 5)$ ، $B(5, -1)$
4. $A(-3, 4)$ ، $B(2, 4)$

....

مسقط قطعة مستقيمة على محوري الإحداثيات

ملاحظات هامة

طول مسقط قطعة مستقيمة علي أحد محوري الإحداثيات أقل من أو يساوي طول القطعة المستقيمة الأصلية

طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لأحد محوري الإحداثيات على المحور يساوي القطعة المستقيمة الأصلية

مسقط قطعة مستقيمة عمودية على أحد محوري الإحداثيات يكون نقطة

طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية علي أحد محوري الإحداثيات يساوي صفر

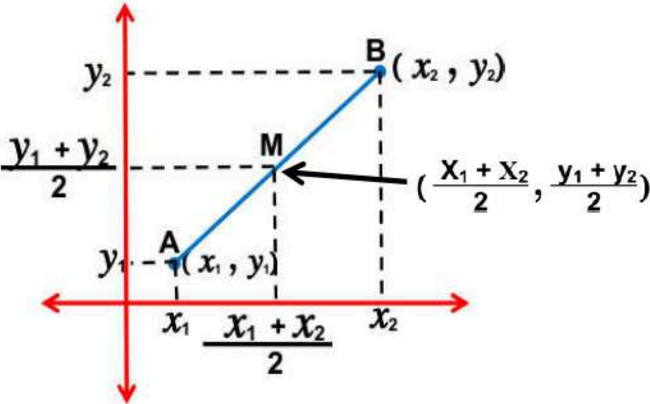
تدريب [9] أكمل ما يأتي :

1 النقطة (8 – , 0) تقع على المحور ....

2 إذا كانت : $a > 0$ فإن النقطة ($a + 1$, $2a$ –) تقع في الربع ....

3 النقطة التي إحداثياتها ($|-5|$, $(-2)^2$) تقع في الربع ....

إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة



نقطة منتصف قطعة مستقيمة هي نقطة تنتمي لهذه القطعة المستقيمة وتكون علي بعدين متساويين من نهايتيها

إذا كانت M هي نقطة منتصف AB

حيث A(x_1, y_1) ، B(x_2, y_2)

فإن : $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

مثال [6] أوجد إحداثي نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، حيث A (2 , – 2) ، B (– 6 , 8)

الحل : بفرض أن نقطة منتصف $\overline{AB}$ هي M

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{2 + (-6)}{2} , \frac{-2 + 8}{2} \right) = \left(\frac{-4}{2} , \frac{6}{2} \right) = (-2 , 3)$$

تدريب [10] أوجد إحداثي منتصف $\overline{AB}$ حيث A (5 , –2) ، B (3 , – 4)

....

....

....

تدريب [11] أوجد إحداثي نقطة منتصف AB حيث :

1 A (2 , – 2) ، B (– 6 , 8)

2 A (5 , 2) ، B (– 1 , 6)

....

....

....

3 A (– 3 , 5) ، B (3 , – 5)

4 A (0 , 4) ، B (8 , 0)

....

....

....

مثال [7] أجب عما يلي

1 إذا كانت $M(-2, -1)$ هي نقطة منتصف $\overline{CD}$ حيث $C(5, 2)$ أوجد إحداثي نقطة D

الحل : نفرض أن $D = (x, y)$

$\therefore M(-2, -1) = \left(\frac{5+x}{2}, \frac{2+y}{2}\right)$

$\therefore \frac{5+x}{2} = -2 \qquad \therefore 5 + x = -4 \qquad \therefore x = -9$

$\therefore \frac{2+y}{2} = -1 \qquad \therefore 2 + y = -2 \qquad \therefore y = -4 \qquad \therefore D = (-9, -4)$

---

2 إذا كان : ABCD معين ، حيث $A(-3, 1)$ ، $B(0, -1)$ ، $D(0, 3)$

أوجد إحداثي كل من : أ نقطة تقاطع القطرين ب إحداثي نقطة C

الحل : نفرض أن النقطة M هي نقطة تقاطع القطرين $\therefore$ النقطة M هي نقطة منتصف BD

$\therefore M = \left(\frac{0+0}{2}, \frac{-1+3}{2}\right) = (0, 1)$

ABCD معين $\therefore$ النقطة M هي أيضا نقطة منتصف AC

وبفرض $C = (x, y)$ $\qquad M(0, 1) = \left(\frac{-3+x}{2}, \frac{1+y}{2}\right)$

$\therefore \frac{-3+x}{2} = 0 \qquad \therefore -3 + x = 0 \qquad \therefore x = 3$

$\therefore \frac{1+y}{2} = 1 \qquad \therefore 1 + y = 2 \qquad \therefore y = 1 \qquad C = (3, 1)$

تدريب [12] أجب عما يلي

1 إذا كان : ABCD متوازي أضلاع ، حيث $A(2, 2)$ ، $B(7, 2)$ ، $D(9, 5)$

أوجد إحداثي كل من : أ نقطة تقاطع القطرين ب إحداثي الرأس D

....

....

....

....

....

....

....

2 إذا كان : ABCD متوازي أضلاع حيث $A(-4, 2)$ ، $B(4, -2)$ ، $C(9, 1)$

أوجد إحداثي كل من : أ نقطة تقاطع القطرين ب الرأس D

....

....

....

....

....

....

....

الواجـــب المنـــزلي

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 تقع النقطة (4 – , 3) في الربع .... (الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

2 أي من النقاط التالية تقع في الربع الثالث ؟

((– 5 , 3) ، (3 , 4) ، (– 2 , – 1) ، (8 , – 6))

3 أي من النقاط الآتية لا تقع علي محور y ؟

((0 ، – 5) ، (3 ، 0) ، (0 ، 0) ، (0 ، 2))

4 إذا كانت النقطة (2 – k ، 3) تقع علي محور x ، فإن قيمة k هي ....

(– 3 ، – 2 ، 2 ، 3)

5 إذا كانت x < 0 ، y > 0 ، في أي ربع تقع النقطة (y – , x) ؟

(الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

6 مسقط النقطة (5 ، 3 –) علي محور y هو ....

((0 ، 5) ، (– 3 ، 0) ، (3 ، – 5) ، (– 3 ، 5))

السؤال الثاني : أكمل ما يلي :

1 إذا كانت النقطة (a , b) تقع في الربع الثاني فإن النقطة (b – , 2a) تقع في الربع ....

2 إذا كانت : (9 + 4 – 2k , 3k) تقع على المحور x فإن k تساوي ....

3 إذا كانت : (A (3 k – 6 , 4k تقع على المحور y فإن : (........ , ...) = A

4 إذا كانت AB عمودية علي محور y فإن طول مسقطها علي محور y يساوي ....

5 إذا كانت AB عمودية علي محور y فإن طول مسقطها علي محور x يساوي ....

6 إذا كان : (A (2 , – 3 ، (B (4 , 7 فإن إحداثيات نقطة منتصف AB هي ....

السؤال الثالث :

إذا كان : ABCD متوازي أضلاع حيث (A (– 1 , 1 ، (B (4 , 2 ، (D (1 , 4

أوجد إحداثي كل من : أ نقطة تقاطع القطرين ب الرأس C

....

....

....

....

....

....

اختبار على الدرس الثامن - الوحدة الرابعة

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

1 مسقط النقطة (5 ، 3 –) علي محور x هو ....

((0 , 5) ، (– 3 , 0) ، (3 , – 5) ، (– 3 , 5))

2 تقع النقطة (3 – , 3) A في الربع .... (الأول ، الثاني ، الثالث ، الرابع)

3 إذا كانت النقطة (5 + b , 1) B تقع على محور x، فإن قيمة b تساوي ....

(5 – ، 5 ، 1 – ، 0)

4 إذا كانت النقطة (8 , 6 + 2k) A تقع على محور y ، فإن قيمة k تساوي ....

(3 ، 3 – ، 8 ، 8 –)

5 إحداثي نقطة C منتصف AB حيث (6– , 1) A ، (5 , 2) B هي ....

((2 , 2 –) ، (3 , – 2) ، (– 2 , 3) ، (3 , 2))

5 مسقط النقطة (3 , 5) A علي محور x هو ....

((0 , 3) ، (5 , 0) ، (5 , – 3) ، (3 , 5))

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي:

1 مسقط النقطة (4 , 2 –) علي المحور xهي ....

2 مسقط النقطة (3 – , 4) علي المحور y هي النقطة ....

3 إذا كانت النقطة (2 – L , 2–) تقع علي محور x ، فإن قيمة L تساوي ....

4 إحداثي نقطة منتصف $\overline{AB}$ حيث (1– , 3) A ، (9 , 5–) B هو ....

5 مسقط النقطة (7 , 1–) علي محور y هو ....

السؤال الثالث : أجـب عما يلي:

1 إذا كان : ABCD معيناً

حيث (5 , 3) A ، (3 – , 12) B ، (9 , 13) C

أوجد إحداثي كل من : أ نقطة تقاطع القطرين　　ب الرأس D

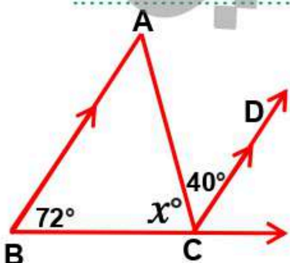
....

....

....

....

2 في الشكل المقابل : أوجد قيمة x



....

....

....

....